

سما
SAMA

مذكرات سما

الرياضيات

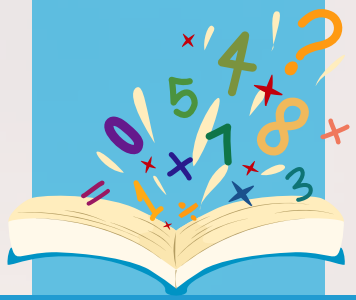
البند 1-2



الصف العاشر

المرحلة الثانوية

الفصل الدراسي الأول
2027 - 2026





www.samakw.com
samakw_net
60084568 /50855008/97442417
حولي مجمع بيروت الدور الأول

1-2 حل معادلة القيمة المطلقة
Solving Absolute Value Equations

فكرة الدرس:

حل معادلة القيمة المطلقة جبريًّا على الصورة:

1. $|ax+b|=|cx+d|$ 2. $|ax+b|=cx+d$

المصطلحات:

1. معادلة القيمة المطلقة Absolute Value Equation
2. مجموعة الحل Solution Set (S.S.)

تعلمنا فيما سبق:

- حل معادلات من الدرجة الأولى.
- حل معادلات تربيعية.
- حل معادلات القيمة المطلقة.

ملحوظة:

مجموعة حل المعادلة ويرمز لها بالرمز S.S. هي مجموعة جميع قيم المتغيرات التي تجعل المعادلة صحيحة.

مسألة الدرس:



أراد حمد أن يشتري كرة قدم للمباراة التي ستقام في ملعب المدرسة فلنساعد حمدًا لإيجاد الكرة المناسبة، علمًا بأن الكتلة المثالية لكرة القدم هي $430\ g$ ، ويسمح أن تزيد أو تنقص عن هذه الكتلة بمقدار $20\ g$.

1. ما أكبر كتلة يمكن أن تكون لكرة القدم؟

.....

2. ما أقل كتلة يمكن أن تكون لكرة القدم؟

.....

3. اكتب معادلة قيمة مطلقة تمثل الموقف.

.....

معادلات القيمة المطلقة (Absolute Value Equation)

معادلة القيمة المطلقة: هي معادلة تتضمن تعبيرًا جبريًّا داخل رمز القيمة المطلقة. ومن تعريف القيمة المطلقة فيمكن تحويل معادلة القيمة المطلقة إلى معادلتين مرتبطتين بها لا تحتويان على رمز القيمة المطلقة، وذلك بجعل العبارة التي داخل القيمة المطلقة موجبًا مرة وسالبًا مرة أخرى.

مفهوم أساسي « حل معادلات القيمة المطلقة »

لحل المعادلة $|ax+b|=c$ حيث $c\geq 0$ نحل المعادلتين المرتبطتين بها وهما:

إما $ax+b=c$

أو $ax+b=-c$

حل المعادلة على الصورة $|ax+b|=c\ ,\ c\geq 0$

📌 **تعلمنا فيما سبق أن حل معادلة القيمة المطلقة:**

1 $|x|=A$
إذا كان $A>0$ ، فإن للمعادلة حلان هما:
$x=A$ or $x=-A$
$S=\{-A\ ,\ A\}$

2 $|x|=0$
إذا كان $A=0$ ، فإن للمعادلة حل وحيد وهو:
$x=0\ ,\ S=\{0\}$

3 $|x|=A$
إذا كان $A<0$ ، فإن للمعادلة ليس لها حل:
$S=\emptyset$

✏️ **مثال توضيحي**

أوجد مجموعة الحل لكلٍّ من المعادلات التالية: **a** $|x-3|=2$ **b** $|3x+2|=0$ **c** $|5x+2|=-4$

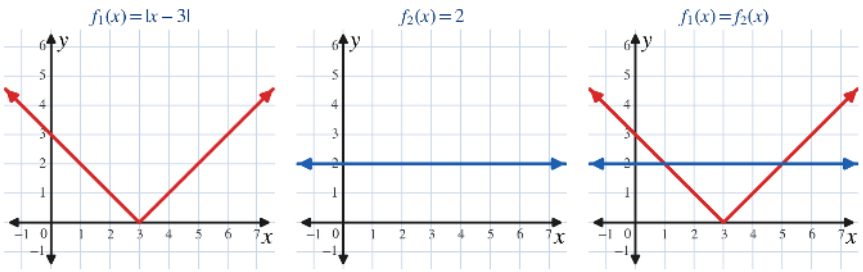
✅ **الحل:**

a $|x-3|=2$
$\because\ |x-3|=2$
إما $x-3=2$ أو $x-3=-2$
$\therefore\ x=5 \qquad x=1$
$\therefore\ S.S.=\{1\ ,\ 5\}$

b $|3x+2|=0$
$\therefore\ 3x+2=0$
$3x=-2$
$x=\dfrac{-2}{3}$
$\therefore\ S.S.=\left\{\dfrac{-2}{3}\right\}$

c $|5x+2|=-4$
$\because\ -4<0$
القيمة المطلقة لا تكون سالبة
$\therefore\ S.S.=\emptyset$

📊 **من المثال التوضيحي (a) بيانيًّا:**



نقطتا التقاطع عند $x=1$ و $x=5$ وهما حلا المعادلة 👌

🧠 **تذكَّر!**

1. إذا كان $|x|=x$ فإن $x\geq 0$ ، $x\in[0\ ,\ \infty)$
2. إذا كان $|x|=-x$ فإن $x\leq 0$ ، $x\in(-\infty\ ,\ 0]$

⚠️ **انتبه:**

$|a|=|b|\Leftrightarrow a=b$ or $a=-b$
$|a|=|b|\Leftrightarrow a^2=b^2$

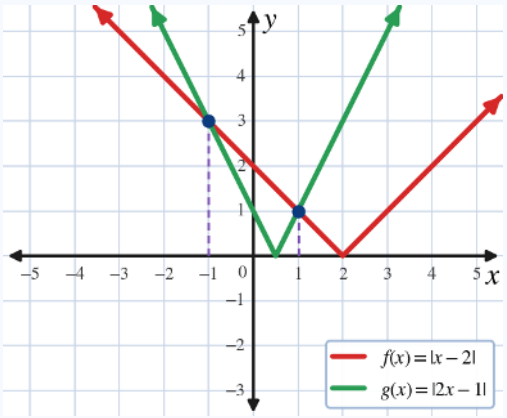
📌 **خواص القيمة المطلقة: لكل $a\ ,\ b\in\mathbb{R}$ فإن:**

1. $|a|\geq 0$
2. $|a+b|\leq|a|+|b|$
3. $|a\cdot b|=|a|\cdot|b|$
4. $|x-a|=|a-x|$
5. $\dfrac{|a|}{|b|}=\left|\dfrac{a}{b}\right|\ ,\ b\neq 0$
6. $|x|=|-x|$
7. $|a|^n=a^n$ حيث n عدد زوجي
8. $\sqrt{x^2}=|x|$ لأي عدد حقيقي x

أولًا: حل المعادلة على الصورة $|ax+b|=|cx+d|$

نشاط

1. ارسم بيان الدالة $f(x)=|x-2|$ وبيان الدالة $g(x)=|2x-1|$ على نفس المستوى الإحداثي، مستخدمًا إحداثيِّي رأس المنحنى ومحور التماثل في كلٍّ منهما:



x		2	
$f(x)$		0	

x		?	
$g(x)$		0	

2. من الرسم أوجد الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع المنحنيين $f(x)$, $g(x)$: $x_1=$ ..... $x_2=$ .....

3. تسمى مجموعة الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع المنحنيين .....

أي أن: مجموعة حل المعادلة $|x-2|=|2x-1|$ هي { ..... ، ..... }

وهذه الطريقة تسمى **الطريقة البيانية** لحل المعادلة $|x-2|=|2x-1|$

مثال (1)

أوجد مجموعة حل المعادلة: $|x-2|=|2x-1|$

الحل الأول (باستخدام خواص القيمة المطلقة)

نعلم أن $|a|=|b| \Leftrightarrow a=\pm b$ ، أي أن أحد المقدارين $=\pm$ المقدار الآخر

$\because |x-2|=|2x-1|$

إما

$$x-2=+(2x-1)$$
$$x-2=2x-1$$
$$x-2x=2-1$$
$$-x=1$$
$$x=-1$$

أو

$$x-2=-(2x-1)$$
$$x-2=-2x+1$$
$$x+2x=2+1$$
$$3x=3$$
$$x=1$$

$\therefore S.S.=\{-1\ ,\ 1\}$

الحل الآخر (بتربيع الطرفين)

$$\because |x-2|=|2x-1|$$

$\therefore (\lvert x-2\rvert)^2=(\lvert 2x-1\rvert)^2$	بتربيع الطرفين
$x^2-4x+4=4x^2-4x+1$	بفك التربيع
$4x^2-4x+1-x^2+4x-4=0$	جعل المعادلة صفرية
$3x^2-3=0$	بجمع الحدود المتشابهة
$3(x^2-1)=0$	نحلل
$3(x-1)(x+1)=0$	بقسمة الطرفين على 3

خواص الضرب في الأعداد الحقيقية:

إما

$$x-1=0$$
$$x=1$$

أو

$$x+1=0$$
$$x=-1$$

$\therefore S.S. = \{-1\ ,\ 1\}$

تذكّر!

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

انتبه:

$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{1} \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

تذكّر!

إذا كان $|a| = |b|$ فإن $|a|^2 = |b|^2$

تحقق من فهمك (1)

أوجد مجموعة حل المعادلة: $|x - 1| = |x + 2|$

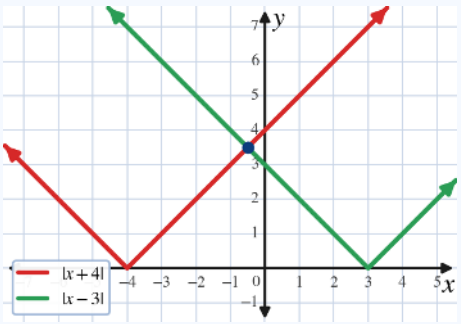
ملحوظة: سوف تقتصر دراستنا على الحل الجبري والذي يعتمد على خواص القيمة المطلقة أو بعض العمليات الجبرية.

مثال (2)

أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي: a $|x + 4| = |x - 3|$ b $|2y + 1| = |3y + 4|$

الحل: a $|x + 4| = |x - 3|$ **(باستخدام خواص القيمة المطلقة)**

نعلم أن $|a| = |b| \Leftrightarrow |a| = \pm |b|$



إما

$x + 4 = x - 3$

$x - x = -4 - 3$

$0x = -7$

عبارة خاطئة، لا يوجد حل

أو

$x + 4 = -(x - 3)$

$x + 4 = -x + 3$

$x + x = -4 + 3$

$2x = -1$

$x = \dfrac{-1}{2}$

$\therefore S.S. = \left\{\dfrac{-1}{2}\right\}$

b $|2y + 1| = |3y + 4|$ **(بتربيع الطرفين)**

$\because (|2y + 1|)^2 = (|3y + 4|)^2$ بتربيع الطرفين

$4y^2 + 4y + 1 = 9y^2 + 24y + 16$ بفك التربيع

$9y^2 + 24y + 16 - 4y^2 - 4y - 1 = 0$ جعل المعادلة صفرية

$5y^2 + 20y + 15 = 0$ بجمع الحدود المتشابهة

$5(y^2 + 4y + 3) = 0$ نحلل

$5(y + 1)(y + 3) = 0$ $(\div 5\ ،\ 5 \neq 0)$

إما

$y + 1 = 0$

$y = -1$

أو

$y + 3 = 0$

$y = -3$

$\therefore S.S. = \{-3\,,\ -1\}$

⚠️ **انتبه:**

يمكنك حل المعادلة باستخدام: • خواص القيمة المطلقة. • تربيع الطرفين. وهذا ما يسمى بالحل الجبري.

🎯 تحقق من فهمك (2)

أوجد مجموعة حل كلٍّ من المعادلات التالية:

a $|y-4| = |2y-5|$

b $|2x-3| = |x+1|$

c $|3y+1| = |y-2|$

d $|x-4| = |2x-5|$

ثانيًا: حل المعادلة على الصورة $|ax+b| = cx+d$

✏️ مثال (3)

أوجد مجموعة حل المعادلة: $|x-3| = 3x-1$

✅ **الحل:**

$\because$ القيمة المطلقة دائمًا غير سالبة

$\therefore$ يجب أن يكون $3x-1 \geq 0$ وهذا ما نسميه **شرط الحل**

$$3x \geq 1 \ \Rightarrow\ x \geq \frac{1}{3} \qquad \therefore x \in \left[\frac{1}{3}\,,\ \infty\right)$$

∴ نقبل كل قيم x التي أكبر من أو تساوي $\frac{1}{3}$ أي أن مجموعة التعويض هي $\left[\frac{1}{3}, \infty\right)$

إما

$$x - 3 = +(3x - 1)$$
$$x - 3 = 3x - 1$$
$$x - 3x = 3 - 1$$
$$-2x = 2$$
$$x = -1$$
$$-1 \notin \left[\frac{1}{3}, \infty\right)$$

∴ $x = -1$ ليس حلاً للمعادلة ❌

أو

$$x - 3 = -(3x - 1)$$
$$x - 3 = -3x + 1$$
$$x + 3x = 3 + 1$$
$$4x = 4$$
$$x = 1$$
$$1 \in \left[\frac{1}{3}, \infty\right)$$

∴ $x = 1$ حلاً للمعادلة ✅

$$\therefore S.S. = \{1\}$$

🧠 تذكَّر!

1. $|x| = c\,,\ c \geq 0$ دائمًا. 2. $c > 0$ .3 $cx + d \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{-d}{c}$ شرط الحل هو ما يسمى بمجموعة التعويض (مجال الدالة).

4. $(a > 0)$

$$|ax + b| = \begin{cases} ax + b & : x \geq \frac{-b}{a} \\ -(ax + b) & : x < \frac{-b}{a} \end{cases}$$

🎯 تحقق من فهمك (3)

أوجد مجموعة حل كلٍّ من المعادلات التالية:

a $|2x - 1| = x + 2$

b $|2x + 5| = x + 5$

✏️ مثال (4)

أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية: **a** $|4x + 2| = 1 - 2x$ **b** $|x + 4| + 2x + 3 = 0$

✅ **الحل:** **a** $|4x + 2| = 1 - 2x$

$1-2x \geq 0 \Rightarrow -2x \geq -1 \Rightarrow x \leq \frac{-1}{-2} \Rightarrow x \leq \frac{1}{2}$ ∴ نوجد شرط الحل:

$\therefore x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$

إما

$$\begin{aligned} 4x+2 &= 1-2x \\ 4x+2x &= 1-2 \\ 6x &= -1 \\ x &= \frac{-1}{6} \end{aligned}$$

$\frac{-1}{6} \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$

أو

$$\begin{aligned} 4x+2 &= -1+2x \\ 4x-2x &= -1-2 \\ 2x &= -3 \\ x &= \frac{-3}{2} \end{aligned}$$

$\frac{-3}{2} \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$

$\therefore S.S. = \left\{\frac{-3}{2}, \frac{-1}{6}\right\}$

b $|x+4|+2x+3=0$

$|x+4| = -2x-3$

$-2x-3 \geq 0 \Rightarrow -2x \geq 3 \Rightarrow x \leq \frac{-3}{2}$ $\therefore x \in \left(-\infty, \frac{-3}{2}\right]$ ∴ نوجد شرط الحل:

إما

$$\begin{aligned} x+4 &= -2x-3 \\ x+2x &= -3-4 \\ 3x &= -7 \\ x &= \frac{-7}{3} \end{aligned}$$

نتحقق من شرط الحل

$\frac{-7}{3} \in \left(-\infty, \frac{-3}{2}\right]$

حل ✅

أو

$$\begin{aligned} x+4 &= 2x+3 \\ x-2x &= 3-4 \\ -x &= -1 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

نتحقق من شرط الحل

$1 \notin \left(-\infty, \frac{-3}{2}\right]$

مرفوض ❌

$\therefore S.S. = \left\{\frac{-7}{3}\right\}$

⚠ انتبه:

إذا كانت $c<0$, $a>b$ فإن $a \cdot c < b \cdot c$

⚠ انتبه:

$|4x+2| = \left|\frac{1}{4}\right| \cdot |4x+2| = \left|x+\frac{1}{2}\right|$

⚠ انتبه:

$|3-x| = |x-3|$, $|x-3| = 3|x-3|$

$\sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$, $\sqrt{4x+4}$

$x^2 = |x|^2$

🎯 تحقق من فهمك (4)

أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

a $|2\ell - 3| = |4\ell - 1|$

b $|3x - 1| + 4x - 13 = 0$

استخدام النماذج

يقع منزل سعد بين مدرسته والنادي الرياضي في منطقته كما في الشكل. وتوجد هذه المواقع الثلاثة على خط مستقيم يمر بحديقة الأحمدي، تبعد المدرسة عن الحديقة $2\ km$ ويبعد النادي الرياضي عن الحديقة $7\ km$ في الاتجاه المعاكس،

كم يبعد منزل سعد عن الحديقة إذا كان البعد بين المنزل والنادي الرياضي ضعف البعد بين المنزل والمدرسة؟

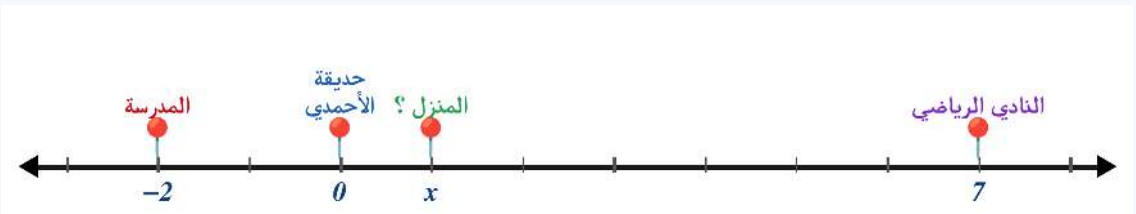


📍 من معالم بلادي: حديقة الأحمدي

تعد حديقة الأحمدي من أبرز المعالم في محافظة الأحمدي، وتتميز بمساحاتها الخضراء وتصميمها الجميل، وتعد من أقدم الحدائق المنظمة في الكويت.



✅ الحل:



ليكن x موقع منزل سعد على خط الأعداد:

البعد بين المنزل والمدرسة: $|x-(-2)| = |x+2|$

البعد بين المنزل والنادي الرياضي: $|7-x| = |x-7|$

$\therefore |x-7| = 2|x+2|$

$|x-7| = |2x+4|$ (خواص القيمة المطلقة)

إما

$$x-7 = 2x+4$$
$$x-2x = 4+7$$
$$-x = 11$$
$$x = -11$$

مرفوضة، لماذا؟

أو

$$x-7 = -(2x+4)$$
$$x-7 = -2x-4$$
$$x+2x = -4+7$$
$$3x = 3$$
$$x = 1$$

✅

.....

.....

∴ يبعد منزل سعد عن الحديقة $1\ km$ في اتجاه النادي الرياضي 🏠

🧠 تذكَّر!

$\forall\, a\,,\, b \in \mathbb{R}$

$|a-b| = |b-a|$

$|a| \cdot |b| = |a \cdot b|$

⚠️ انتبه:

$2|A| = |2| \cdot |A| = |2A|$

💪 أهمية الرياضة في حياة المتعلم

تساعد الرياضة على تحسين صحته الجسدية وزيادة نشاطه وتركيزه داخل الصف، كما تعزز ثقته بنفسه وتنمي لديه روح التعاون والانضباط.

أتدرب وأحل المسائل

أولًا – البنود الموضوعية:

■ **في البنود من (1-7) ظلِّل دائرة الإجابة الصحيحة:**

(1) حل المعادلة $|2x-1| = x+3$ هو:

a $x = 1$ b $x = 2$ c $x = -1$ d لا يوجد حل

(2) حل المعادلة $|x+2| = x+2$ هو:

a $x = -2$ b $x \in (-2, \infty)$ c $x \in [-2, \infty)$ d $\emptyset$

(3) حل المعادلة $|x-3| = |x+1|$ هو:

a $x = \pm 1$ b $x = -1$ c $x = 1$ d $x = 2$

(4) مجموعة حل المعادلة $|x-3| = |3-x|$ هي:

a $\{3\}$ b $\{-3, 3\}$ c $\mathbb{R}$ d $\emptyset$

(5) حل المعادلة $|x-4| = |4-x|$ هو:

a $x = -4$ b $x = 4$ c $\mathbb{R}$ d لا يوجد حل

(6) حل المعادلة $|2x-3| = |x+3|$ هو:

a $x = 0, x = 6$ b $x = -5, x = 0$ c $x = 5, x = 6$ d $x = \pm 6$

(7) مجموعة حل المعادلة $|x-2| + x = 2$ هي:

a $\emptyset$ b $(-\infty, 2)$ c $(-\infty, 2]$ d $\{2\}$

ثانيًا – أسئلة المقال:

■ **أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:**

a $|x-2| = |x+4|$

b $|x-4| = |x+2|$

c $|4-5x|+|3x+1|=0$

d $|x-3|=2x-1$

e $|2y+3|=3y-2$

f $|x-1|=5x+10$

g $|2i-3|=4i-1$

h $|3y-7|=2y-5$

i $\frac{1}{2}|8x-2| = x+2$

j $|x+4|+23 = 17$

k $|2x+6| = x-3$

مهارات تفكير عليا

(1) حل المعادلة مستخدمًا خواص القيمة المطلقة: $(x+5)^2 = 9$

(2) أوجد مجموعة حل المعادلتين التاليتين:

a $|3x-9|-|3-x|=10$

b $\sqrt{x^2-2x+1}+x=5$

(3) اختر الإجابة الصحيحة:

إذا كانت مجموعة حل المعادلة $|x-a|=b$ هي $\{5\,,\,11\}$ فإن $(a\,,\,b)=$

a $(-8\,,\,3)$ **b** $(-3\,,\,8)$ **c** $(8\,,\,3)$ **d** $(3\,,\,8)$

📋 **خلاصة البند 2-1 (طرق الحل)**

① $\lvert ax+b\rvert=c$	② $\lvert ax+b\rvert=\lvert cx+d\rvert$	③ $\lvert ax+b\rvert=cx+d$
$c>0$: حلان $ax+b=\pm c$	إما $ax+b=cx+d$	① شرط الحل $cx+d\geq 0$
$c=0$: حل واحد	أو $ax+b=-(cx+d)$	② نحل الحالتين
$c<0$: $S.S.=\emptyset$	أو بتربيع الطرفين	③ نقبل ما يحقق الشرط فقط ✅

🌟 **تذكّر: لا تنسَ شرط الحل عندما يكون الطرف الآخر متغيرًا** 💡