مذكرات سما

حل
مذكرة الطالب

11

الصف الحادي عشر

المرحلة الثانوية- علمي



الفصل الدراسي الأول
2027 - 2026

www.samakw.com
samakw_net
60084568 /50855008/97442417
حولي مجمع بيروت الدور الأول

الرياضيات · الصف الحادي عشر علمي · العام الدراسي 2026 / 2027 · الفصل الدراسي الأول

حل مذكرة الطالب – الحل النموذجي

محلولة خطوة بخطوة بطرق حل أ. وليد حسين – منصة سما التعليمية



المحتوى

الجزء الأول حل جميع تمارين «حاول أن تحل» مرتبة حسب البنود

الجزء الثاني التمارين الموضوعية من كتاب التمارين مع تفسير مختصر

الجزء الأول: حل تمارين «حاول أن تحل»

البند (1-1) – الجذور والتعبيرات الجذرية

حاول أن تحل (1) ص 13 بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد الجذر التكعيبي لكلٍ من الأعداد التالية:

(a) -27

(b) 64

(c) -0.008

(d) $\frac{343}{216}$

الحل:

(a)

$$\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3}$$
$$= -3$$

(b)

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{(4)^3}$$
$$= 4$$

(c)

$$\sqrt[3]{-0.008} = \sqrt[3]{(-0.2)^3}$$
$$= -0.2$$

(d)

$$\sqrt[3]{\frac{343}{216}} = \frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{216}} = \frac{\sqrt[3]{(7)^3}}{\sqrt[3]{(6)^3}}$$
$$= \frac{7}{6}$$

(a) -3 ،

(b) 4 ،

(c) -0.2 ،

(d) $\frac{7}{6}$

حاول أن تحل (2) ص 14 بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية حيث x , y عددان حقيقيان:

(a) $\sqrt{9x^2y^4}$

(b) $\sqrt[3]{-27x^6}+3x^2$

(c) $\sqrt{x^8y^6}$

الحل:

(a)

$$\sqrt{9x^2y^4}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{x^2}\cdot\sqrt{y^4}$$
$$=3\cdot|x|\cdot\sqrt{(y^2)^2}$$
$$=3|x|\,y^2$$

(b)

$$\sqrt[3]{-27x^6}=\sqrt[3]{(-3x^2)^3}=-3x^2$$
$$\sqrt[3]{-27x^6}+3x^2=-3x^2+3x^2$$
$$=0$$

(c)

$$\sqrt{x^8y^6}=\sqrt{(x^4)^2}\cdot\sqrt{(y^3)^2}$$
$$=|x^4|\cdot|y^3|$$
$$=x^4|y^3|$$

(a) $3|x|\,y^2$ ،

(b) 0 ،

(c) $x^4|y^3|$

حاول أن تحل (4) ص 16 أوجد الناتج في أبسط صورة

(a) $4\sqrt[3]{8}+2\sqrt[3]{128}$

(b) $2\sqrt{75}-\sqrt{48}$

(c) $\sqrt{12}+\sqrt{147}-\sqrt{27}$

(d) $\sqrt[3]{320}+\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}$

الحل:

(a)

$$4\sqrt[3]{8}+2\sqrt[3]{128}=4\sqrt[3]{8}+2\sqrt[3]{64\times2}$$
$$=4(2)+2(4)\sqrt[3]{2}$$
$$=8+8\sqrt[3]{2}$$

(b)

$$2\sqrt{75}-\sqrt{48}=2\sqrt{25\times3}-\sqrt{16\times3}$$

$$= 2(5)\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$$
$$= 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

(c)

$$\sqrt{12} + \sqrt{147} - \sqrt{27} = \sqrt{4 \times 3} + \sqrt{49 \times 3} - \sqrt{9 \times 3}$$
$$= 2\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$$
$$= 6\sqrt{3}$$

(d)

$$\sqrt[3]{320} + \sqrt[3]{40} - \sqrt[3]{135} = \sqrt[3]{64 \times 5} + \sqrt[3]{8 \times 5} - \sqrt[3]{27 \times 5}$$
$$= 4\sqrt[3]{5} + 2\sqrt[3]{5} - 3\sqrt[3]{5}$$
$$= 3\sqrt[3]{5}$$

(a) $8 + 8\sqrt[3]{2}$ ،
(b) $6\sqrt{3}$ ،
(c) $6\sqrt{3}$ ،
(d) $3\sqrt[3]{5}$

حاول أن تحل (5) ص 18 بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية:

(a) $\sqrt{50x^4}$
(b) $\sqrt[3]{18x^3}$

الحل:

(a)

$$\sqrt{50x^4} = \sqrt{25 \times 2 \times x^4}$$
$$= \sqrt{25} \cdot \sqrt{(x^2)^2} \cdot \sqrt{2}$$
$$= 5x^2\sqrt{2}$$

(b)

$$\sqrt[3]{18x^3} = \sqrt[3]{x^3} \cdot \sqrt[3]{18}$$
$$= x\sqrt[3]{18}$$

(a) $5x^2\sqrt{2}$ ،
(b) $x\sqrt[3]{18}$

حاول أن تحل (6) ص 18 بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية:

(a) $3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3y^2}\ ,\ x \geq 0$

(b) $4\sqrt[3]{x^4y} \times 3\sqrt[3]{x^2y}$

الحل:

(a)

$$3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3y^2} = (3 \times 2)\sqrt{7x^3 \cdot x^3y^2}$$
$$= 6\sqrt{7x^6y^2}$$
$$= 6\sqrt{(x^3)^2} \cdot \sqrt{y^2} \cdot \sqrt{7}$$
$$= 6|x^3| \cdot |y|\sqrt{7}$$
$$= 6x^3|y|\sqrt{7} \quad (x \geq 0)$$

(b)

$$4\sqrt[3]{x^4y} \times 3\sqrt[3]{x^2y} = (4 \times 3)\sqrt[3]{x^4y \cdot x^2y}$$
$$= 12\sqrt[3]{x^6y^2}$$
$$= 12\sqrt[3]{(x^2)^3} \cdot \sqrt[3]{y^2}$$
$$= 12x^2\sqrt[3]{y^2}$$

(a) $6x^3|y|\sqrt{7}$ ،

(b) $12x^2\sqrt[3]{y^2}$

حاول أن تحل (7) ص 19 أوجد ناتج كل من التعبيرات الجذرية التالية:

(a) $\dfrac{\sqrt{243}}{\sqrt{27}}$

(b) $\dfrac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}}\ ,\ x \geq 0$

(c) $\dfrac{\sqrt[3]{128x^{15}}}{\sqrt[3]{2x^2}}\ ,\ x \neq 0$

الحل:

(a)

$$\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{243}{27}}$$
$$= \sqrt{9} = 3$$

(b)

$$\frac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}} = \sqrt{\frac{12x^4}{3x}}$$
$$= \sqrt{4x^3}$$
$$= \sqrt{4x^2 \cdot x} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x}$$
$$= 2x\sqrt{x} \quad (x \geq 0)$$

(c)

$$\frac{\sqrt[3]{128x^{15}}}{\sqrt[3]{2x^2}} = \sqrt[3]{\frac{128x^{15}}{2x^2}}$$
$$= \sqrt[3]{64x^{13}}$$
$$= \sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{(x^4)^3} \cdot \sqrt[3]{x}$$
$$= 4x^4\sqrt[3]{x}$$

(a) 3 ،
(b) $2x\sqrt{x}$ ،
(c) $4x^4\sqrt[3]{x}$

حاول أن تحل (8) ص 21 أوجد ناتج كل من التعبيرات التالية في أبسط صورة:

(a) $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

(b) $\dfrac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

(c) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{7^2}}$

الحل:

(a)

مرافق $\sqrt{3}$ هو $\sqrt{3}$

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$
$$= \frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}+\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{3}$$
$$= \frac{3+\sqrt{6}}{3}$$

(b)

مرافق $(2-\sqrt{2})$ هو $(2+\sqrt{2})$

$$\frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \times \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$$
$$= \frac{6+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}-2}{(2)^2-(\sqrt{2})^2}$$
$$= \frac{4+\sqrt{2}}{4-2}$$
$$= \frac{4+\sqrt{2}}{2}$$

(c)

مرافق $\sqrt[3]{7}$ هو $\sqrt[3]{7^2}$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{7^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{7^2}} \times \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{7}}$$
$$= \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{7^3}}$$
$$= \frac{\sqrt[3]{7}}{7}$$

(a) $\frac{3+\sqrt{6}}{3}$ ،
(b) $\frac{4+\sqrt{2}}{2}$ ،
(c) $\frac{\sqrt[3]{7}}{7}$

البند (2-1) – الأسس النسبية

حاول أن تحل (1) ص 23 بسط كل من الأعداد التالية مستخدما الصورة الجذرية:

(a) $64^{\frac{1}{3}}$
(b) $\left(2^{\frac{1}{2}}\right)\left(2^{\frac{1}{2}}\right)$
(c) $\left(8^{\frac{1}{2}}\right)\left(2^{\frac{1}{2}}\right)$

الحل:

(a)

$$64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64}$$
$$= \sqrt[3]{(4)^3} = 4$$

(b)

$$\left(2^{\frac{1}{2}}\right)\left(2^{\frac{1}{2}}\right) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$$
$$= \sqrt{4} = 2$$

(c)

$$\left(8^{\frac{1}{2}}\right)\left(2^{\frac{1}{2}}\right) = \sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$$
$$= \sqrt{16} = 4$$

(a) 4 ،
(b) 2 ،
(c) 4

حاول أن تحل (2) ص 23 اكتب العدد $64^{\frac{4}{3}}$ بالصورة الجذرية.

الحل:

$$64^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{64^4} = \left(\sqrt[3]{64}\right)^4$$
$$= \left(\sqrt[3]{(4)^3}\right)^4$$
$$= (4)^4$$

$$\therefore\ 64^{\frac{4}{3}} = \left(\sqrt[3]{64}\right)^4 = 256$$

حاول أن تحل (3) ص 24 **(a)** اكتب بالصورة الجذرية كلا من:

1) $x^{0.4}$

2) $y^{\frac{3}{8}}\ ,\ \forall y \geq 0$

(b) اكتب بالصورة الأسية كلا من:

1) $\sqrt[3]{x^2}$

2) $(\sqrt{y})^3\ ,\ \forall y \geq 0$

الحل:

(a) 1)

$$x^{0.4} = x^{\frac{4}{10}} = x^{\frac{2}{5}}$$
$$= \sqrt[5]{x^2}$$

(a) 2)

$$y^{\frac{3}{8}} = \sqrt[8]{y^3}$$

(b) 1)

$$\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$$

(b) 2)

$$(\sqrt{y})^3 = \left(y^{\frac{1}{2}}\right)^3$$
$$= y^{\frac{3}{2}}$$

(a) 1) $\sqrt[5]{x^2}$ ، **2)** $\sqrt[8]{y^3}$

(b) 1) $x^{\frac{2}{3}}$ ، **2)** $y^{\frac{3}{2}}$

حاول أن تحل (5) ص 26 بسط كلا من الأعداد التالية مستخدما قوانين الأسس:

(a) $25^{-\frac{3}{2}}$

(b) $(-32)^{\frac{4}{5}}$

(c) $\left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}}\ ,\ x \geq 0\ ,\ y > 0$

الحل:

(a)

$$25^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{25^{\frac{3}{2}}}$$
$$= \frac{1}{\left(\sqrt{25}\right)^{3}}$$
$$= \frac{1}{(5)^{3}} = \frac{1}{125}$$

(b)

$$(-32)^{\frac{4}{5}} = \left(\sqrt[5]{-32}\right)^{4}$$
$$= \left(\sqrt[5]{(-2)^{5}}\right)^{4}$$
$$= (-2)^{4} = 16$$

(c)

$$\left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{(16)^{\frac{1}{2}}\left(x^{14}\right)^{\frac{1}{2}}}{(81)^{\frac{1}{2}}\left(y^{18}\right)^{\frac{1}{2}}}$$
$$= \frac{4x^{7}}{9y^{9}}$$

(a) $\frac{1}{125}$ ، **(b)** 16 ، **(c)** $\frac{4x^{7}}{9y^{9}}$

حاول أن تحل (6) ص 28 بسط كلا من التعبيرات الجذرية التالية:

(a) $\sqrt[5]{9} \times \sqrt[5]{27}$

(b) $\dfrac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{3}}$

(c) $\sqrt{\sqrt[3]{729}}$

(d) $\left(\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{y^3}\right)^{-12} \ , \ x \ , y \in \mathbb{Q}^+$

الحل:

(a)

$$\sqrt[5]{9} \times \sqrt[5]{27} = \sqrt[5]{9 \times 27}$$
$$= \sqrt[5]{243} = \sqrt[5]{(3)^5} = 3$$

(b)

$$\frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{243}{3}}$$
$$= \sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{27 \times 3}$$
$$= 3\sqrt[3]{3}$$

(c)

$$\sqrt{\sqrt[3]{729}} = \sqrt[2\times 3]{729}$$
$$= \sqrt[6]{729} = \sqrt[6]{(3)^6} = 3$$

(d)

$$\left(\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{y^3}\right)^{-12} = \left(x^{\frac{1}{4}} \cdot y^{\frac{3}{4}}\right)^{-12}$$
$$= x^{\frac{1}{4}\times(-12)} \cdot y^{\frac{3}{4}\times(-12)}$$
$$= x^{-3}\, y^{-9}$$
$$= \frac{1}{x^3 y^9}$$

(a) 3 ،

(b) $3\sqrt[3]{3}$ ،

(c) 3 ،

(d) $\dfrac{1}{x^3 y^9}$

البند (1-3) – حل المعادلات

حاول أن تحل (1) ص 31 أوجد مجموعة حل المعادلة التالية: $\sqrt{5x+4}-7=0$

الحل:

$$\sqrt{5x+4}-7=0$$
$$\sqrt{5x+4}=7$$
$$\left(\sqrt{5x+4}\right)^2=(7)^2$$
$$5x+4=49$$
$$5x=45$$
$$x=9$$
$$9\in\left[-\frac{4}{5}\,,\infty\right)$$

∴ مجموعة الحل $=\{9\}$

شرط الحل

شرط التعريف: $5x+4\geq 0$

$$x\geq -\frac{4}{5}\ \Rightarrow\ x\in\left[-\frac{4}{5}\,,\infty\right)$$

حاول أن تحل (1) ص 31 أوجد مجموعة حل المعادلة التالية: $\sqrt{x-2}+9=0$

الحل:

$$\sqrt{x-2}+9=0$$
$$\sqrt{x-2}=-9$$

الجذر التربيعي لا يكون سالبًا

$\sqrt{x-2}\geq 0$ لكل $x\in[2\,,\infty)$ ولا يمكن أن يساوي -9

∴ مجموعة الحل $=\emptyset$

شرط الحل

شرط التعريف: $x-2\geq 0$

$$x\geq 2\ \Rightarrow\ x\in[2\,,\infty)$$

حاول أن تحل (2) ص 33 أوجد مجموعة الحل:

(a) $2(x+3)^{\frac{3}{2}}=54$

(b) $(1-x)^{\frac{2}{5}}-4=0$

الحل:

(a)

$$2(x+3)^{\frac{3}{2}} = 54$$

$$(x+3)^{\frac{3}{2}} = 27$$

$$\left((x+3)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = (27)^{\frac{2}{3}}$$

$$x+3 = 9$$

$$x = 6$$

$$6 \in [-3\,,\infty)$$

(b)

$$(1-x)^{\frac{2}{5}} - 4 = 0$$

$$(1-x)^{\frac{2}{5}} = 4$$

$$\left((1-x)^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{5}{2}} = (4)^{\frac{5}{2}}$$

$$|1-x| = 32$$

إما: $1-x = 32$	أو: $1-x = -32$
$-x = 31$	$-x = -33$
$x = -31$	$x = 33$

التحقق: $(32)^{\frac{2}{5}} - 4 = 0\,,\ (-32)^{\frac{2}{5}} - 4 = 0$

(a) ∴ مجموعة الحل $= \{6\}$ ،

(b) ∴ مجموعة الحل $= \{-31\,,33\}$

شرط الحل

(a) دليل الجذر $n = 2$ عدد زوجي

شرط التعريف: $x+3 \geq 0$

$x \geq -3 \ \Rightarrow\ x \in [-3\,,\infty)$

(b) دليل الجذر $n = 5$ عدد فردي: لا يوجد شرط للحل

حاول أن تحل (3) ص 33 أوجد مجموعة حل المعادلة التالية: $\sqrt{5x-1}+3 = x$

الحل:

$$\sqrt{5x-1}+3 = x$$

$$\sqrt{5x-1} = x-3$$

$$\left(\sqrt{5x-1}\right)^2 = (x-3)^2$$

$$5x-1 = x^2-6x+9$$

$$x^2-11x+10 = 0$$

$$(x-1)(x-10) = 0$$

شرط الحل

شروط التعريف: $5x-1 \geq 0\,,\ x-3 \geq 0$

$x \geq \frac{1}{5}\,,\ x \geq 3$

$\therefore x \geq 3 \ \Rightarrow\ x \in [3\,,\infty)$

إما: $x - 1 = 0$

$x = 1$

$1 \notin [3 , \infty)$ (مرفوض)

أو: $x - 10 = 0$

$x = 10$

$10 \in [3 , \infty)$

∴ مجموعة الحل $= \{10\}$

حاول أن تحل (4) ص 34 أوجد مجموعة حل المعادلة التالية: $\sqrt{5x} - \sqrt{2x + 9} = 0$

الحل:

$$\sqrt{5x} - \sqrt{2x + 9} = 0$$

$$\sqrt{5x} = \sqrt{2x + 9}$$

$$\left(\sqrt{5x}\right)^2 = \left(\sqrt{2x + 9}\right)^2$$

$$5x = 2x + 9$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

$$3 \in [0 , \infty)$$

∴ مجموعة الحل $= \{3\}$

شرط الحل

شروط التعريف: $5x \geq 0 \ , \ 2x + 9 \geq 0$

$x \geq 0 \ , \ x \geq -\frac{9}{2}$

$\therefore x \geq 0 \ \Rightarrow \ x \in [0 , \infty)$

حاول أن تحل (4) ص 34 أوجد مجموعة حل المعادلة التالية: $\sqrt{x - 7} + \sqrt{3x - 21} = 0$

الحل:

$$\sqrt{x - 7} + \sqrt{3x - 21} = 0$$

$$\sqrt{x - 7} = -\sqrt{3x - 21}$$

السالب لا يساوي الموجب إلا إذا كان كلاهما صفرًا

نشكل المعادلتين:

الأولى: $x - 7 = 0$

$x = 7$

الثانية: $3x - 21 = 0$

$3x = 21 \ \Rightarrow \ x = 7$

الحل المشترك للمعادلتين: $x = 7$

$7 \in [7 , \infty)$

∴ مجموعة الحل $= \{7\}$

شرط الحل

شروط التعريف: $x - 7 \geq$

$0 \ , \ 3x - 21 \geq 0$

$x \geq 7 \ , \ x \geq 7$

$\therefore x \geq 7 \ \Rightarrow \ x \in [7 , \infty)$

حاول أن تحل (6) ص 36 أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلة التالية:

(a) $3^x = 243$

(b) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{128}$

(c) $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{81}{16}$

الحل:

(a)

$$3^x = 243$$
$$3^x = 3^5$$
$$x = 5$$

(b)

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{128}$$
$$\left(2^{-2}\right)^x = 2^{-7}$$
$$2^{-2x} = 2^{-7}$$
$$-2x = -7$$
$$x = \frac{7}{2}$$

(c)

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{81}{16}$$
$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$
$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$$
$$x = -4$$

(a) ∴ مجموعة الحل $= \{5\}$ ،

(b) ∴ مجموعة الحل $= \left\{\frac{7}{2}\right\}$ ،

(c) ∴ مجموعة الحل $= \{-4\}$

حاول أن تحل (7) ص 36 أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلة التالية:

(a) $5^{x^2-4} = 1$

(b) $3^{x^2+5x} = \frac{1}{81}$

(c) $2^{x^2-4} = 32$

الحل:

(a)

$$5^{x^2-4} = 1$$
$$5^{x^2-4} = 5^0$$
$$x^2 - 4 = 0$$
$$x^2 = 4$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{4}$$
$$|x| = 2$$

إما: $x = 2$ | أو: $x = -2$

(b)

$$3^{x^2+5x} = \frac{1}{81}$$
$$3^{x^2+5x} = 3^{-4}$$
$$x^2 + 5x = -4$$
$$x^2 + 5x + 4 = 0$$
$$(x+1)(x+4) = 0$$

إما: $x + 1 = 0$
$x = -1$

أو: $x + 4 = 0$
$x = -4$

(c)

$$2^{x^2-4} = 32$$
$$2^{x^2-4} = 2^5$$
$$x^2 - 4 = 5$$
$$x^2 = 9$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{9}$$
$$|x| = 3$$

إما: $x = 3$ | أو: $x = -3$

(a) ∴ مجموعة الحل $= \{-2 , 2\}$ ،
(b) ∴ مجموعة الحل $= \{-4 , -1\}$ ،
(c) ∴ مجموعة الحل $= \{-3 , 3\}$

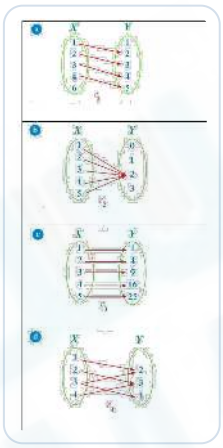
البند (1-2) – مجال الدالة

مثال توضيحي (1) ص 44 في المخططات السهمية التالية علاقات من: $X \to Y$

1) حدّد المجال والمجال المقابل والمدى.

2) اكتب كل علاقة على شكل مجموعة من الأزواج المرتبة.

3) بيّن أي من العلاقات يمثل دالة حقيقية وأيها لا يمثل دالة حقيقية مع ذكر السبب.



الحل:

(a) العلاقة r_1

المجال: $X = \{1 , 2 , 3 , 4 , 6\}$

المجال المقابل: $Y = \{1 , 2 , 3 , 4 , 5\}$

المدى $= \{2 , 3 , 4 , 5\}$

$r_1 = \{(1 , 2) , (2 , 3) , (3 , 4) , (4 , 5)\}$

r_1 لا تمثل دالة لأن العنصر $6 \in X$ غير مرتبط بأي عنصر من Y

(b) العلاقة r_2

المجال: $X = \{1 , 2 , 3 , 4 , 5\}$

المجال المقابل: $Y = \{0 , 1 , 2 , 3\}$

المدى $= \{2\}$

$r_2 = \{(1 , 2) , (2 , 2) , (3 , 2) , (4 , 2) , (5 , 2)\}$

r_2 تمثل دالة لأن كل عنصر في X مرتبط بعنصر واحد فقط من Y

(c) العلاقة r_3

المجال: $X = \{1 , 2 , 3 , 4 , 5\}$

المجال المقابل: $Y = \{1 , 4 , 9 , 16 , 25\}$

المدى $= \{1 , 4 , 9 , 16 , 25\}$

$r_3 = \{(1 , 1) , (2 , 4) , (3 , 9) , (4 , 16) , (5 , 25)\}$

r_3 تمثل دالة لأن كل عنصر في X مرتبط بعنصر واحد فقط من Y

(d) العلاقة r_4

المجال: $X = \{1 , 2 , 3 , 4\}$

المجال المقابل: $Y = \{2 , 3 , 4\}$

المدى $= \{2 , 3 , 4\}$

$r_4 = \{(1 , 2) , (2 , 3) , (3 , 2) , (3 , 4) , (4 , 3)\}$

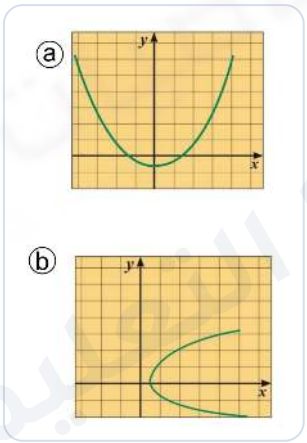
r_4 لا تمثل دالة لأن العنصر $3 \in X$ مرتبط بعنصرين $2 , 4$ من Y

r_2 , r_3 تمثلان دالتين حقيقيتين ، r_1 , r_4 لا تمثلان دالة

حاول أن تحل (1) ص 47 استخدم اختبار المستقيم الرأسي لتحديد ما إذا كان بيان كل علاقة مما يلي يمثل دالة أم لا:

(a)

(b)



الحل:

(a)

كل مستقيم رأسي يقطع البيان في نقطة واحدة على الأكثر

∴ البيان

(a) يمثل دالة

(b)

يوجد مستقيم رأسي يقطع البيان في نقطتين

∴ البيان

(b) لا يمثل دالة

(a) يمثل دالة ،
(b) لا يمثل دالة

حاول أن تحل (2) ص 49 أوجد مجال كل دالة مما يلي:

(a) $f_1(x) = \dfrac{2x+5}{x-4}$

(b) $f_2(x) = x^3 - 4x^2 - 4 + \sqrt{x-9}$

(c) $f_3(x) = \dfrac{\sqrt{5-4x}}{x^2+4}$

(d) $f_4(x) = \sqrt[3]{\dfrac{x^2-5x}{x}}$

الحل:

(a)

$$f_1(x) = \frac{2x+5}{x-4}$$

f_1 دالة نسبية

مجال الدالة النسبية $= \mathbb{R} - \{$أصفار المقام$\}$

$$D_{f_1} = \mathbb{R} - \{4\}$$

(b)

$$f_2(x) = x^3 - 4x^2 - 4 + \sqrt{x-9}$$

نسمّي: $g(x) = x^3 - 4x^2 - 4$ ، $h(x) = \sqrt{x-9}$

$$f_2 = g + h$$

g كثيرة حدود ، مجال g : $D_g = \mathbb{R}$

مجال h : $D_h = [9\ , \infty)$

$$D_{f_2} = D_g \cap D_h$$

$$D_{f_2} = \mathbb{R} \cap [9\ , \infty) = [9\ , \infty)$$

(c)

شرط الحل

(a) أصفار المقام: $x - 4 = 0$

$\Rightarrow \quad x = 4$

(b) h معرّفة عندما $x - 9 \geq 0$ ، $x \geq 9$

(c) g معرّفة عندما $5 - 4x \geq 0$

$-4x \geq -5 \quad \Rightarrow \quad x \leq \dfrac{5}{4}$

أصفار المقام: $h(x) = 0$

$x^2 + 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 = -4$ لا يوجد حل في $\mathbb{R}$

(d) أصفار المقام: $x = 0$

$$f_3(x) = \frac{\sqrt{5-4x}}{x^2+4}$$

نسمّي البسط: $g(x) = \sqrt{5-4x}$

نسمّي المقام: $h(x) = x^2+4$

مجال g : $D_g = \left(-\infty\ ,\ \frac{5}{4}\right]$

h كثيرة حدود ، مجال h : $D_h = \mathbb{R}$

$$D_{f_3} = D_g \cap D_h$$

$$D_{f_3} = \left(-\infty\ ,\ \frac{5}{4}\right] \cap \mathbb{R} = \left(-\infty\ ,\ \frac{5}{4}\right]$$

(d)

$$f_4(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2-5x}{x}}$$

دليل الجذر $n = 3$ عدد فردي ، مجال f_4 هو مجال الدالة

النسبية $k(x) = \frac{x^2-5x}{x}$

مجال الدالة النسبية = {أصفار المقام} $\mathbb{R} -$

$$D_{f_4} = D_k = \mathbb{R} - \{0\}$$

(a) ∴ مجال الدالة $= \mathbb{R} - \{4\}$ ،

(b) ∴ مجال الدالة $= [9\ ,\ \infty)$ ،

(c) ∴ مجال الدالة $= \left(-\infty\ ,\ \frac{5}{4}\right]$ ،

(d) ∴ مجال الدالة $= \mathbb{R} - \{0\}$

البند (2-2) – الدوال التربيعية ونمذجتها

مثال (1) ص 52 حدد ما إذا كانت الدالة خطية أم تربيعية.

$$f(x) = (3x - 4)(x + 2)$$

الحل:

$$f(x) = (3x - 4)(x + 2)$$

$$f(x) = 3x^2 + 6x - 4x - 8$$

$$f(x) = 3x^2 + 2x - 8$$

أكبر أس للمتغير x هو 2 ، $a = 3 \neq 0$

∴ الدالة f تربيعية

حاول أن تحل (1) ص 52 حدد ما إذا كانت الدالة خطية أم تربيعية.

(a) $f(x) = 2x(x-3)$

(b) $f(x) = (x-2)(2x+1)$

(c) $f(x) = (2x+3)^2 - 4x^2 - 7x$

(d) $f(x) = 3(x^2-4x) - 3x^2 + 4$

الحل:

(a)

$$f(x) = 2x(x-3)$$

$$f(x) = 2x^2 - 6x$$

أكبر أس للمتغير x هو $a = 2 \neq 0$ ، 2

∴ الدالة تربيعية

(b)

$$f(x) = (x-2)(2x+1)$$

$$f(x) = 2x^2 + x - 4x - 2$$

$$f(x) = 2x^2 - 3x - 2$$

أكبر أس للمتغير x هو $a = 2 \neq 0$ ، 2

∴ الدالة تربيعية

(c)

$$f(x) = (2x+3)^2 - 4x^2 - 7x$$

$$f(x) = 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 7x$$

$$f(x) = 5x + 9$$

أكبر أس للمتغير x هو $a = 5 \neq 0$ ، 1

∴ الدالة خطية

(d)

$$f(x) = 3(x^2-4x) - 3x^2 + 4$$

$$f(x) = 3x^2 - 12x - 3x^2 + 4$$

$$f(x) = -12x + 4$$

أكبر أس للمتغير x هو $a = -12 \neq 0$ ، 1

∴ الدالة خطية

(a) تربيعية ،
(b) تربيعية ،
(c) خطية ،
(d) خطية

البند (2-3) – الدوال الحدودية

حاول أن تحل (1) ص 57 كل نقطة مما يلي تقع على قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل .
أكتب معادلة تربيعية لهذا القطع المكافئ وأذكر ما إذا كان بيانه مفتوحاً إلى أعلى أم إلى أسفل .

$a)\ E(4\ ,2)$

$b)\ D(1\ ,-5)$

الحل:

(a)

رأس القطع نقطة الأصل: $y=ax^2$

نعوّض بالنقطة: $E(4\ ,2)$

$$2=a(4)^2$$

$$2=16a$$

$$a=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$$

$$y=\frac{1}{8}x^2$$

$\therefore a=\frac{1}{8}>0$ فتحة القطع إلى الأعلى

(b)

$$y=ax^2$$

نعوّض بالنقطة: $D(1\ ,-5)$

$$-5=a(1)^2$$

$$a=-5$$

$$y=-5x^2$$

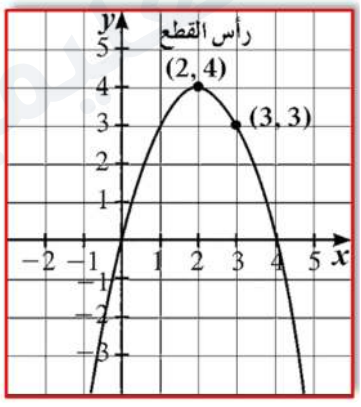
$\therefore a=-5<0$ فتحة القطع إلى الأسفل

$\therefore$

(a) $y=\frac{1}{8}x^2$ مفتوح إلى الأعلى ،

(b) $y=-5x^2$ مفتوح إلى الأسفل

حاول أن تحل (3) ص 60 أوجد معادلة القطع المكافئ في الرسم المقابل .



الحل:

رأس القطع: $(h\ ,k)=(2\ ,4)$

$$y=a(x-h)^2+k$$

$$y=a(x-2)^2+4$$

نعوّض بالنقطة: $(3\ ,3)$

$$3=a(3-2)^2+4$$

$$3=a+4$$

$$a=-1$$

∴ **معادلة القطع المكافئ هي:** $y=-(x-2)^2+4$

حاول أن تحل (4) ص 61 ارسم منحنى الدالة $y=(x+3)^2+1$.

الحل:

$$y=(x+3)^2+1$$

$$y=a(x-h)^2+k$$

رأس القطع: $(h\ ,k)=(-3\ ,1)$

$a=1>0$ ∴ فتحة القطع إلى الأعلى وله قيمة صغرى $=1$

معادلة محور التماثل: $x=-3$

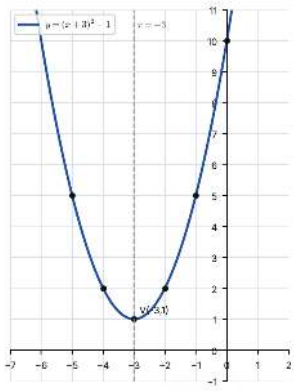
نقطة التقاطع مع محور الصادات: $x=0\ \Rightarrow\ y=(0+3)^2+1=10$

$(x+3)^2+1=0\ \Rightarrow\ (x+3)^2=-1$ لا يوجد حل في $\mathbb{R}$

∴ المنحنى لا يقطع محور السينات

جدول قيم:

x	-5	-4	-3	-2	-1
y	5	2	1	2	5



∴ المنحنى قطع مكافئ رأسه $(-3\ ,\ 1)$ وفتحته إلى الأعلى ومحور تماثله $x = -3$

حاول أن تحل (5) ص 61 ارسم منحنى الدالة $y = -2(x-3)^2 - 1$.

الحل:

$$y = -2(x-3)^2 - 1$$

$$y = a(x-h)^2 + k$$

رأس القطع: $(h\ ,k) = (3\ ,-1)$

$a = -2 < 0$ ∴ فتحة القطع إلى الأسفل وله قيمة عظمى $= -1$

معادلة محور التماثل: $x = 3$

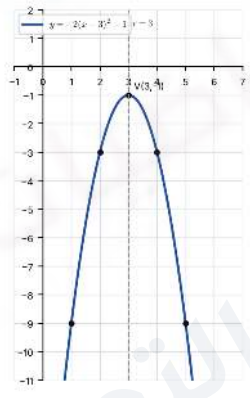
نقطة التقاطع مع محور الصادات: $x = 0 \ \Rightarrow \ y = -2(0-3)^2 - 1 = -19$

$-2(x-3)^2 - 1 = 0 \ \Rightarrow \ (x-3)^2 = -\frac{1}{2}$ لا يوجد حل في $\mathbb{R}$

∴ المنحنى لا يقطع محور السينات

جدول قيم:

x	1	2	3	4	5
y	-9	-3	-1	-3	-9



∴ المنحنى قطع مكافئ رأسه $(3\ ,-1)$ وفتحته إلى الأسفل ومحور تماثله $x = 3$

البند (1-5) – المتجه في المستوى

مثال (1) ص 71 ارسم الدالة $y = \dfrac{x-4}{2}$ ومعكوسها ، ثم اكتب معادلة المعكوس

الحل:

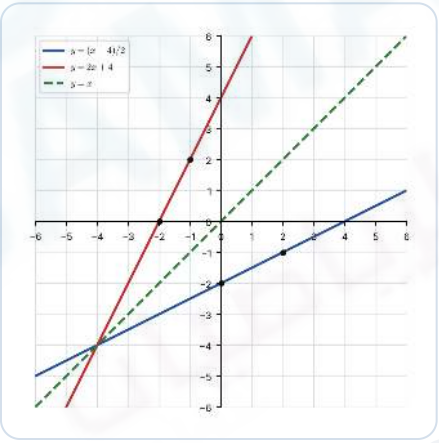
$$y = \frac{x-4}{2}$$

جدول قيم الدالة:

2	0	x
-1	-2	y

المعكوس: نبدّل x و y في نقاط الجدول:

-1	-2	x
2	0	y



معادلة المعكوس: $y = mx + b$

$$m = \frac{2-0}{-1-(-2)} = \frac{2}{1} = 2$$

$$y = 2x + b$$

نعوّض بالنقطة $(-2, 0)$:

$$0 = 2(-2) + b$$

$$0 = -4 + b$$

$$b = 4$$

∴ **معادلة المعكوس هي:** $y = 2x + 4$

حاول أن تحل (1) ص 71 ارسم الدالة $y = -3x + 5$ ومعكوسها ، ثم اكتب معادلة المعكوس

الحل:

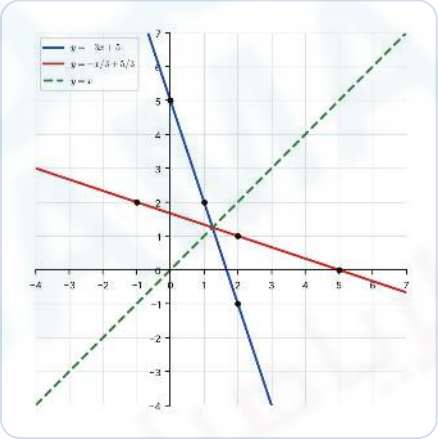
$$y = -3x + 5$$

جدول قيم الدالة:

2	1	0	x
-1	2	5	y

المعكوس: نبدّل x و y في نقاط الجدول:

-1	2	5	x
2	1	0	y



معادلة المعكوس: $y = mx + b$

$$m = \frac{1-0}{2-5} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}x + b$$

نعوّض بالنقطة $(5, 0)$:

$$0 = -\frac{1}{3}(5) + b$$

$$0 = -\frac{5}{3} + b$$

$$b = \frac{5}{3}$$

∴ معادلة المعكوس هي: $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

حاول أن تحل (2) ص 72 أوجد معكوس الدالة :

$$(a)\ y = \frac{2x-1}{3}$$
$$(b)\ y = 2(x+1) - 3$$

الحل:

(a)

$$y = \frac{2x-1}{3}$$

نبدّل x مع y:

$$x = \frac{2y-1}{3}$$
$$3x = 2y - 1$$
$$2y = 3x + 1$$
$$y = \frac{3x+1}{2}$$

(b)

$$y = 2(x+1) - 3$$

نبدّل x مع y:

$$x = 2(y+1) - 3$$
$$x + 3 = 2(y+1)$$
$$y + 1 = \frac{x+3}{2}$$
$$y = \frac{x+3}{2} - 1$$
$$y = \frac{x+1}{2}$$

∴ (a) معكوس الدالة: $y = \frac{3x+1}{2}$ ،
(b) معكوس الدالة: $y = \frac{x+1}{2}$

حاول أن تحل (3) ص 73 أوجد معكوس الدالة $f(x) = (x+3)^2 - 4$.

الحل:

$$y = (x+3)^2 - 4$$
$$y + 4 = (x+3)^2$$
$$\sqrt{(x+3)^2} = \sqrt{y+4}$$
$$|x+3| = \sqrt{y+4}$$

إما: $x + 3 = \sqrt{y+4}$
$x = -3 + \sqrt{y+4}$

أو: $x + 3 = -\sqrt{y+4}$
$x = -3 - \sqrt{y+4}$

$$x = -3 \pm \sqrt{y+4}$$

نبدّل x مع y:

$$y = -3 \pm \sqrt{x+4}$$

المعكوس ليس دالة لأن كل $x > -4$ يقابله قيمتان لـ y

∴ **المعكوس:** $y = -3 \pm \sqrt{x+4}$

مثال (4) ص 73 ارسم بيانياً : $y = \sqrt{x-4} - 2$. عين المجال والمدى للدالة

الحل:

$$y = \sqrt{x-4} - 2$$

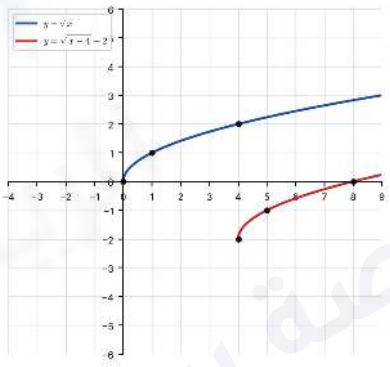
دالة المرجع: $y = \sqrt{x}$

$$y = \sqrt{x-h} + k \;\Rightarrow\; h = 4\,,\; k = -2$$

4	1	0	x
2	1	0	y

بيان $y = \sqrt{x-4} - 2$ ينتج بانسحاب بيان دالة المرجع

4 وحدات لليمين ووحدتين للأسفل



مجال f : $[h, \infty) = [4, \infty)$

مدى f : $[k, \infty) = [-2, \infty)$

∴ **مجال الدالة** $= [4, \infty)$ ، **المدى** $= [-2, \infty)$

شرط الحل

دالة المرجع معرّفة عندما $x \geq 0$

f معرّفة عندما $x - 4 \geq 0$ ، $x \geq 4$

حاول أن تحل (4) ص 74 **(a)** ارسم بيانياً : $y = \sqrt{x-2} + 1$. عين المجال والمدى للدالة

(b) إذا تم إزاحة بيان الدالة $y = \sqrt{x}$ ، 5 وحدات يميناً ، 2 وحدة إلى الأسفل .

أكتب معادلة الدالة الناتجة عن الإزاحة .

الحل:

(a)

$$y = \sqrt{x-2} + 1$$

دالة المرجع: $y = \sqrt{x}$

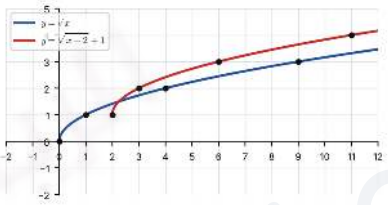
$$y = \sqrt{x-h} + k \;\Rightarrow\; h = 2\ ,\ k = 1$$

x	0	1	4	9
$y = \sqrt{x}$	0	1	2	3

x	2	3	6	11
$y = \sqrt{x-2}+1$	1	2	3	4

بيان $y = \sqrt{x-2} + 1$ ينتج بانسحاب بيان دالة المرجع

وحدتين لليمين ووحدة واحدة للأعلى



المجال : $[h, \infty) = [2, \infty)$

المدى : $[k, \infty) = [1, \infty)$

(b)

دالة المرجع: $y = \sqrt{x}$

$\Rightarrow h = 5$ وحدات يميناً

$\Rightarrow k = -2$ وحدتان إلى الأسفل

$$y = \sqrt{x-h} + k$$

$$y = \sqrt{x-5} + (-2)$$

شرط الحل

شرط التعريف: $x - 2 \geq 0$

$x \geq 2 \Rightarrow x \in [2, \infty)$

∴ (a) مجال الدالة $= [2, \infty)$ ، المدى $= [1, \infty)$ ،
$y = \sqrt{x - 5} - 2$ (b)

البند (1-6) – المجتمع الإحصائي والمعاينة

حاول أن تحل (1) ص 76 أوجد مجموعة حل المتباينة : $x^2 + 4x + 3 \leq 0$.

الحل:

$$x^2 + 4x + 3 \leq 0$$

المعادلة المناظرة: $x^2 + 4x + 3 = 0$

$$(x + 1)(x + 3) = 0$$

$$x + 3 = 0 \text{ أو } x + 1 = 0$$

$$x = -3 \text{ أو } x = -1$$

لإيجاد قيم x التي تحقق: $(x + 1)(x + 3) \leq 0$ نتبع التالي:

$x + 3 > 0 \Rightarrow x > -3$ | $x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1$

$x + 3 < 0 \Rightarrow x < -3$ | $x + 1 < 0 \Rightarrow x < -1$

نكوّن الجدول:

x	$-\infty$		-3		-1	$+\infty$
$x + 3$	$-$	0	$+$			$+$
$x + 1$	$-$		$-$	0	$+$	
$(x + 1)(x + 3)$	$+$	0	$-$	0	$+$	

∴ مجموعة الحل $= [-3 , -1]$

حاول أن تحل (2) ص 77 أوجد مجموعة حل المتباينة : $-2x^2 + 5x - 3 > 0$.

الحل:

$$-2x^2 + 5x - 3 > 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 3 < 0$$

المعادلة المناظرة: $2x^2 - 5x + 3 = 0$

$$(2x - 3)(x - 1) = 0$$

$$x - 1 = 0 \text{ أو } 2x - 3 = 0$$

$$x = 1 \text{ أو } x = \frac{3}{2}$$

لإيجاد قيم x التي تحقق: $(2x-3)(x-1)<0$ نتبع التالي:

$x-1>0 \Rightarrow x>1$

$x-1<0 \Rightarrow x<1$

$2x-3>0 \Rightarrow x>\frac{3}{2}$

$2x-3<0 \Rightarrow x<\frac{3}{2}$

نكوّن الجدول:

x	$-\infty$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$x-1$	$-$		0	$+$			$+$
$2x-3$	$-$			$-$	0	$+$	
$(2x-3)(x-1)$	$+$		0	$-$	0	$+$	

$\therefore$ **مجموعة الحل** $= \left(1, \frac{3}{2}\right)$

حاول أن تحل (4) ص 80 أوجد مجال كل دالة مما يلي :

(1) $h(x)=\sqrt{x^2-x}$

(2) $q(x)=\sqrt{9-x^2}$

الحل:

(1)

$h(x)=\sqrt{x^2-x}$

المعادلة المناظرة: $x^2-x=0$

$x(x-1)=0$

$x-1=0$ أو $x=0$

$x=1$ أو $x=0$

لإيجاد قيم x التي تحقق: $x(x-1)\geq 0$ نتبع التالي:

$x-1>0 \Rightarrow x>1$

$x-1<0 \Rightarrow x<1$

$x>0$

$x<0$

نكوّن الجدول:

x	$-\infty$		0		1	$+\infty$
x	$-$		0	$+$		$+$

شرط الحل

(1) h معرّفة عندما $x^2-x\geq 0$

(2) q معرّفة عندما $9-x^2\geq 0$

$x-1$	$-$		$-$	0	$+$
$x(x-1)$	$+$	0	$-$	0	$+$

(2)

$$q(x)=\sqrt{9-x^2}$$

بالضرب في (-1): $x^2-9\leq 0$

المعادلة المناظرة: $x^2-9=0$

$$(x-3)(x+3)=0$$

$$x+3=0 \text{ أو } x-3=0$$

$$x=-3 \text{ أو } x=3$$

لإيجاد قيم x التي تحقق: $(x-3)(x+3)\leq 0$ نتبع التالي:

$x-3>0 \Rightarrow x>3$ | $x+3>0 \Rightarrow x>-3$

$x-3<0 \Rightarrow x<3$ | $x+3<0 \Rightarrow x<-3$

نكوّن الجدول:

x	$-\infty$	-3		3	$+\infty$
$x+3$	$-$	0	$+$		$+$
$x-3$	$-$		$-$	0	$+$
$(x-3)(x+3)$	$+$	0	$-$	0	$+$

∴ **(1) مجال الدالة** $h=(-\infty\,,0]\cup[1\,,\infty)$ ، **(2) مجال الدالة** $q=[-3\,,3]$

حاول أن تحل (5) ص 81 أوجد مجموعة حل المتباينة : $\dfrac{3x-5}{-2x+3}\geq 0$.

الحل:

$$\frac{3x-5}{-2x+3}\geq 0$$

أصفار البسط: $3x-5=0 \Rightarrow x=\dfrac{5}{3}$

أصفار المقام: $-2x+3=0 \Rightarrow x=\dfrac{3}{2}$

لإيجاد قيم x التي تحقق: $\dfrac{3x-5}{-2x+3}\geq 0$ نتبع التالي:

شرط الحل

$-2x+3\neq 0$

$x\neq \dfrac{3}{2}$

$3x-5>0 \Rightarrow x>\frac{5}{3}$ | $-2x+3>0 \Rightarrow x<\frac{3}{2}$

$3x-5<0 \Rightarrow x<\frac{5}{3}$ | $-2x+3<0 \Rightarrow x>\frac{3}{2}$

نكوّن الجدول:

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{3}$	$+\infty$
$3x-5$	$-$			$-$	0	$+$
$-2x+3$	$+$	0	$-$			$-$
$\frac{3x-5}{-2x+3}$	$-$	غير معرفة	$+$	0		$-$

$\therefore$ **مجموعة الحل** $= \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{3}\right]$

حاول أن تحل (6) ص 81

أوجد مجموعة حل المتباينة : $\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$.

الحل:

شرط الحل

$x+3 \neq 0$

$x \neq -3$

$$\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$$
$$\frac{x^2+5x}{x+3} + 2 > 0$$
$$\frac{x^2+5x+2(x+3)}{x+3} > 0$$
$$\frac{x^2+7x+6}{x+3} > 0$$
$$\frac{(x+1)(x+6)}{x+3} > 0$$

أصفار البسط: $(x+1)(x+6)=0 \Rightarrow x=-1$ أو $x=-6$

أصفار المقام: $x+3=0 \Rightarrow x=-3$

لإيجاد قيم x التي تحقق: $\frac{(x+1)(x+6)}{x+3} > 0$ نتبع التالي:

$x+1>0 \Rightarrow x>-1$ | $x+6>0 \Rightarrow x>-6$

$x+1<0 \Rightarrow x<-1$ | $x+6<0 \Rightarrow x<-6$

$x+3>0 \Rightarrow x>-3$

$x+3<0 \Rightarrow x<-3$

نكوّن الجدول:

x	$-\infty$	-6		-3		-1	$+\infty$
$x+6$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$x+3$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$x+1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$\frac{(x+1)(x+6)}{x+3}$	$-$	0	$+$	غير معرفة	$-$	0	$+$

∴ **مجموعة الحل** $= (-6\ ,-3) \cup (-1\ ,\infty)$

حاول أن تحل (7) ص 83

أوجد مجموعة حل المتباينة : $\frac{x^2-49}{x+7} \leq 0$.

الحل:

$$\frac{x^2-49}{x+7} \leq 0$$

$$\frac{(x-7)(x+7)}{x+7} \leq 0$$

أصفار البسط: $(x-7)(x+7)=0 \Rightarrow x=7$ أو $x=-7$

أصفار المقام: $x+7=0 \Rightarrow x=-7$

لإيجاد قيم x التي تحقق: $\frac{(x-7)(x+7)}{x+7} \leq 0$ نتبع التالي:

$x-7>0 \Rightarrow x>7$

$x-7<0 \Rightarrow x<7$

$x+7>0 \Rightarrow x>-7$

$x+7<0 \Rightarrow x<-7$

شرط الحل

$x+7 \neq 0$

$x \neq -7$

نكوّن الجدول:

x	$-\infty$	-7		7	$+\infty$
$x-7$	$-$		$-$	0	$+$
$x+7$	$-$	0	$+$		$+$
$x+7$ (المقام)	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{(x-7)(x+7)}{x+7}$	$-$	غير معرفة	$-$	0	$+$

∴ **مجموعة الحل** $= (-\infty\ ,-7) \cup (-7\ ,7]$

البند (1-3) – دوال القوى ومعكوساتها

حاول أن تحل (3) ص 93

بين ما إذا كانت كل مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية

$a)\ f_1(x)=x^5$

$$b)\ f_2(x) = x$$
$$c)\ f_3(x) = 2x^4$$
$$d)\ f_4(x) = (x+3)^3$$

الحل:

(a)

$$\forall x \in \mathbb{R}\ ,\ -x \in \mathbb{R}\ ،\ D = \mathbb{R}$$
$$f_1(-x) = (-x)^5$$
$$f_1(-x) = -x^5 = -f_1(x)$$
$$\therefore f_1 \text{ دالة فردية}$$

(b)

$$\forall x \in \mathbb{R}\ ,\ -x \in \mathbb{R}\ ،\ D = \mathbb{R}$$
$$f_2(-x) = -x = -f_2(x)$$
$$\therefore f_2 \text{ دالة فردية}$$

(c)

$$\forall x \in \mathbb{R}\ ,\ -x \in \mathbb{R}\ ،\ D = \mathbb{R}$$
$$f_3(-x) = 2(-x)^4$$
$$f_3(-x) = 2x^4 = f_3(x)$$
$$\therefore f_3 \text{ دالة زوجية}$$

(d)

$$\forall x \in \mathbb{R}\ ,\ -x \in \mathbb{R}\ ،\ D = \mathbb{R}$$
$$f_4(-x) = (-x+3)^3$$
$$f_4(-1) = (-1+3)^3 = 8\ ،\ f_4(1) = (1+3)^3 = 64$$
$$f_4(-1) \neq -f_4(1) \text{ و } f_4(-1) \neq f_4(1)$$
$$\therefore f_4(-x) \neq -f_4(x) \text{ و } f_4(-x) \neq f_4(x)$$
$$\therefore f_4 \text{ ليست زوجية وليست فردية}$$

تذكر

زوجية: $\forall x \in D\ ,\ -x \in D$ و $f(-x) = f(x)$

فردية: $\forall x \in D\ ,\ -x \in D$ و $f(-x) = -f(x)$

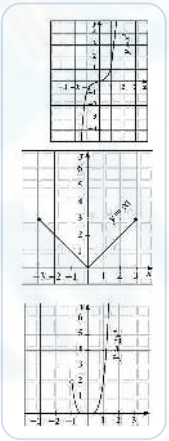
∴ (a) فردية ،
(b) فردية ،
(c) زوجية ،
(d) ليست زوجية وليست فردية

مثال (4) ص 94 الأشكال التالية تمثل دوال . صف تماثل كل دالة ثم وضح هل هي زوجية أم فردية أم ليست زوجية وليست فردية .

$(a)\ y = x^5 \ , \ x \in \mathbb{R}$

$(b)\ y = |x| \ , \ x \in [-3\ , 3]$

$(c)\ y = 2x^4 \ , \ x \in (-1\ , \infty)$



الحل:

(a)

بيان الدالة متماثل بالنسبة لنقطة الأصل

$$x \in \mathbb{R} \ \Rightarrow \ -x \in \mathbb{R}$$

$$f(-x) = (-x)^5 = -x^5 = -f(x)$$

∴ الدالة فردية

(b)

بيان الدالة متماثل بالنسبة لمحور الصادات

$$x \in [-3\ , 3] \ \Rightarrow \ -x \in [-3\ , 3]$$

$$f(-x) = |-x| = |x| = f(x)$$

∴ الدالة زوجية

(c)

بيان الدالة غير متماثل بالنسبة لمحور الصادات ولا بالنسبة لنقطة الأصل

$2 \in (-1, \infty)$ ولكن $-2 \notin (-1, \infty)$

$\therefore$ المجال غير متماثل $\Rightarrow$ الدالة ليست زوجية وليست فردية

(a) $\therefore$ فردية ،
(b) زوجية ،
(c) ليست زوجية وليست فردية

مثال (5) ص 95 أوجد معكوس الدالة : $y = 2x^4$

الحل:

$$y = 2x^4$$

نبدّل x مع y:

$$x = 2y^4$$

$$y^4 = \frac{x}{2}$$

$$\sqrt[4]{y^4} = \sqrt[4]{\frac{x}{2}}$$

$$|y| = \sqrt[4]{\frac{x}{2}}$$

إما: $y = \sqrt[4]{\frac{x}{2}}$ أو: $y = -\sqrt[4]{\frac{x}{2}}$

$$y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{2}} \ , \ x \geq 0$$

المعكوس ليس دالة لأن كل $x > 0$ يقابله قيمتان لـ y

$\therefore$ المعكوس: $y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{2}} \ , \ x \geq 0$

شرط الحل

الجذر الرابع معرّف عندما

$$\frac{x}{2} \geq 0$$

$$x \geq 0$$

حاول أن تحل (5) ص 95 أوجد معكوس الدالة : $y = 5x^3$

الحل:

$$y = 5x^3$$

نبدّل x مع y:

$$x = 5y^3$$

$$y^3 = \frac{x}{5}$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{x}{5}}$$

∴ **معكوس الدالة:** $y = \sqrt[3]{\frac{x}{5}}$

حاول أن تحل (6) ص 96 أوجد معكوس الدالة : $f(x) = \sqrt{x-4}$

الحل:

$$y = \sqrt{x-4}$$

مجال f : $[4 , \infty)$ ، مدى f : $[0 , \infty)$

نبدّل x مع y:

$$x = \sqrt{y-4}$$

$$(x)^2 = \left(\sqrt{y-4}\right)^2$$

$$x^2 = y - 4$$

$$y = x^2 + 4$$

مجال المعكوس = مدى f $= [0 , \infty)$

∴ **معكوس الدالة:** $f^{-1}(x) = x^2 + 4 \ , \ x \geq 0$

شرط الحل

f معرّفة عندما $x - 4 \geq 0$ ، $x \geq 4$

$\sqrt{x-4} \geq 0 \Rightarrow$ مدى $f = [0 , \infty)$

∴ في المعكوس: $x \geq 0$

البند (2-3) – الدوال الحدودية

بند (2-3) – جدول تصنيف كثيرات الحدود صنّف كثيرات الحدود التالية تبعاً للدرجة وعدد الحدود (أكمل الجدول) :

6

$5x + 1$

$3x^2 + 5x - 2$

$$2x^3 - 5x^2$$
$$-x^4 + x^3 - 1$$

الحل:

الحدودية	الدرجة	الاسم باستخدام الدرجة	عدد الحدود	الاسم باستخدام عدد الحدود
6	0	ثابتة	1	وحيدة الحد
$5x + 1$	1	خطية	2	ثنائية الحد
$3x^2 + 5x - 2$	2	تربيعية	3	ثلاثية الحدود
$2x^3 - 5x^2$	3	تكعيبية	2	ثنائية الحد
$-x^4 + x^3 - 1$	4	من الدرجة الرابعة	3	ثلاثية الحدود

∴ 6 ثابتة وحيدة الحد ، $5x + 1$ خطية ثنائية الحد ، $3x^2 + 5x - 2$ تربيعية ثلاثية الحدود ،
$2x^3 - 5x^2$ تكعيبية ثنائية الحد ، $-x^4 + x^3 - 1$ من الدرجة الرابعة ثلاثية الحدود

حاول أن تحل (1) ص 99 اكتب كل كثيرة حدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعاً للدرجة وعدد الحدود .

$a)\ 4x - 6x + 5$

$b)\ 3x^3 + x^2 - (4x + 2x^3)$

الحل:

(a)

$4x - 6x + 5 = -2x + 5$

الصورة العامة: $-2x + 5$

الدرجة: $1 \Rightarrow$ خطية

عدد الحدود: $2 \Rightarrow$ ثنائية الحد

(b)

$3x^3 + x^2 - (4x + 2x^3) = 3x^3 + x^2 - 4x - 2x^3$

$= x^3 + x^2 - 4x$

الصورة العامة: $x^3 + x^2 - 4x$

الدرجة: $3 \Rightarrow$ تكعيبية

عدد الحدود: $3 \Rightarrow$ ثلاثية الحدود

∴

(a) $-2x + 5$ خطية ثنائية الحد ،

(b) $x^3 + x^2 - 4x$ تكعيبية ثلاثية الحدود

حاول أن تحل (2) ص 101 وضح سلوك النهاية لكل دالة من الدوال التالية

(a) $f(x) = -x^3 + 2x^2 + 6$

(b) $f(x) = 4x^4 - 3x$

الحل:

(a)

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 + 6$$

الحد الرئيسي: $-x^3$

الدرجة: 3 (فردية)

المعامل الرئيسي: $-1 < 0$ (سالب)

$\therefore$ سلوك النهاية: $(\nwarrow , \searrow)$

يرتفع البيان إلى أعلى جهة اليسار وينخفض إلى أسفل جهة اليمين

(b)

$$f(x) = 4x^4 - 3x$$

الحد الرئيسي: $4x^4$

الدرجة: 4 (زوجية)

المعامل الرئيسي: $4 > 0$ (موجب)

$\therefore$ سلوك النهاية: $(\nwarrow , \nearrow)$

يرتفع البيان إلى أعلى جهة اليسار وإلى أعلى جهة اليمين

(a) $(\nwarrow , \searrow)$ **: لأعلى يساراً ولأسفل يميناً ،**
(b) $(\nwarrow , \nearrow)$ **: لأعلى يساراً ولأعلى يميناً**

تذكر

الدرجة فردية والمعامل الرئيسي سالب: $(\nwarrow , \searrow)$

الدرجة زوجية والمعامل الرئيسي موجب: $(\nwarrow , \nearrow)$

البند (3-3) – العوامل الخطية لكثيرات الحدود

حاول أن تحل (1) ص 102 أكتب التعبير $(x+1)(x+1)(x-2)$ في شكل كثيرة حدود بالصورة العامة .

الحل:

$$(x+1)(x+1)(x-2)$$
$$=(x^2+x+x+1)(x-2)$$
$$=(x^2+2x+1)(x-2)$$
$$=x^3-2x^2+2x^2-4x+x-2$$

$$\therefore (x+1)(x+1)(x-2)=x^3-3x-2$$

حاول أن تحل (2) ص 103 حلل كثيرة الحدود : $12x^3-12x^2+3x$ إلى عوامل ، ثم تحقق .

الحل:

$$12x^3-12x^2+3x$$
$$=3x(4x^2-4x+1)$$
$$=3x(2x-1)(2x-1)$$
$$=3x(2x-1)^2$$

التحقق:

$$3x(2x-1)^2=3x(4x^2-4x+1)$$
$$=12x^3-12x^2+3x$$

$$\therefore 12x^3-12x^2+3x=3x(2x-1)^2$$

حاول أن تحل (4) ص 105 أوجد أصفار الدالة $f(x) = (x-7)(x-5)(3-x)$ ثم ارسم بيانا تقريبيا للدالة مراعيا سلوك النهاية.

الحل:

$$f(x) = (x-7)(x-5)(3-x)$$

$$f(x) = 0$$

$$(x-7)(x-5)(3-x) = 0$$

$$3-x=0 \text{ أو } x-5=0 \text{ أو } x-7=0$$

$$x=3 \text{ أو } x=5 \text{ أو } x=7$$

الأصفار: $3\ ,5\ ,7$

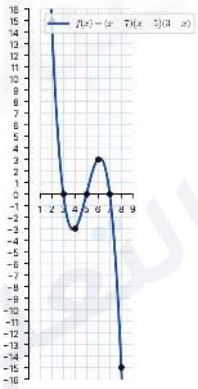
الحد الرئيسي: $(x)(x)(-x) = -x^3$

الدرجة: 3 (فردية) ، المعامل الرئيسي: $-1 < 0$

سلوك النهاية: $(\nwarrow\ ,\ \searrow)$

جدول قيم:

x	2	3	4	5	6	7	8
y	15	0	-3	0	3	0	-15



∴ **أصفار الدالة:** $3\ ,5\ ,7$ ، **سلوك النهاية:** $(\nwarrow\ ,\ \searrow)$

حاول أن تحل (5) ص 106 – (a) اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها $1 , -2 , -4$.

الحل:

الأصفار: $1 , -2 , -4$

العوامل: $(x-1) , (x+2) , (x+4)$

$$f(x) = (x+4)(x+2)(x-1)$$

$$f(x) = (x^2+2x+4x+8)(x-1)$$

$$f(x) = (x^2+6x+8)(x-1)$$

$$f(x) = x^3 - x^2 + 6x^2 - 6x + 8x - 8$$

$$\therefore f(x) = x^3 + 5x^2 + 2x - 8$$

تذكر

a صفر للحدودية $\Leftrightarrow (x-a)$ عامل من عواملها

حاول أن تحل (5) ص 106 – (b) اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها $0 , -2 , -4$.

الحل:

الأصفار: $0 , -2 , -4$

العوامل: $x , (x+2) , (x+4)$

$$f(x) = x(x+4)(x+2)$$

$$f(x) = x(x^2+2x+4x+8)$$

$$f(x) = x(x^2+6x+8)$$

$$\therefore f(x) = x^3 + 6x^2 + 8x$$

تذكر

a صفر للحدودية $\Leftrightarrow (x-a)$ عامل من عواملها

حاول أن تحل (5) ص 106 – (c) اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث 3 صفر مكرر مرتين و -1 صفر بسيط .

الحل:

3 صفر مكرر مرتين: العامل $(x-3)^2$

-1 صفر بسيط: العامل $(x+1)$

$$f(x) = (x-3)^2(x+1)$$

$$f(x) = (x^2-6x+9)(x+1)$$

$$f(x) = x^3 + x^2 - 6x^2 - 6x + 9x + 9$$

$$\therefore f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 9$$

تذكر

a صفر مكرر مرتين $\Leftrightarrow (x-a)^2$ عامل

البند (3-4) – قسمة كثيرات الحدود

حاول أن تحل (1) ص 108 اقسم :

(a) $(x^2 + 5x + 6) \div (x + 2)$

(b) $(2x^2 - 19x + 24) \div (x - 8)$

الحل:

(a) بالقسمة المطولة:

$$x^2 \div x = x$$

$$x(x + 2) = x^2 + 2x$$

$$(x^2 + 5x + 6) - (x^2 + 2x) = 3x + 6$$

$$3x \div x = 3$$

$$3(x + 2) = 3x + 6$$

$$(3x + 6) - (3x + 6) = 0$$

ناتج القسمة: $x + 3$ ، الباقي $= 0$

(b) بالقسمة المطولة:

$$2x^2 \div x = 2x$$

$$2x(x - 8) = 2x^2 - 16x$$

$$(2x^2 - 19x + 24) - (2x^2 - 16x) = -3x + 24$$

$$-3x \div x = -3$$

$$-3(x - 8) = -3x + 24$$

$$(-3x + 24) - (-3x + 24) = 0$$

ناتج القسمة: $2x - 3$ ، الباقي $= 0$

(a) $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$ ،

(b) $2x^2 - 19x + 24 = (x - 8)(2x - 3)$

حاول أن تحل (2) ص 109 تحقق ما إذا كان كل مقسوم عليه هو من عوامل المقسوم .

(a) $(x^3 + 4x^2 + x - 6) \div (x + 2)$

(b) $(x^3 - x + 1) \div (x + 1)$

الحل:

(a) بالقسمة المطولة:

$$x^3 \div x = x^2$$

$$x^2(x + 2) = x^3 + 2x^2$$

$$(x^3 + 4x^2 + x - 6) - (x^3 + 2x^2) = 2x^2 + x - 6$$

$$2x^2 \div x = 2x$$

$$2x(x + 2) = 2x^2 + 4x$$

$$(2x^2 + x - 6) - (2x^2 + 4x) = -3x - 6$$

$$-3x \div x = -3$$

$$-3(x + 2) = -3x - 6$$

$$(-3x - 6) - (-3x - 6) = 0$$

ناتج القسمة: $x^2 + 2x - 3$ ، الباقي $0 =$

$\therefore (x + 2)$ عامل من عوامل $x^3 + 4x^2 + x - 6$

(b) نكتب المقسوم: $x^3 + 0x^2 - x + 1$

$$x^3 \div x = x^2$$

$$x^2(x + 1) = x^3 + x^2$$

$$(x^3 + 0x^2 - x + 1) - (x^3 + x^2) = -x^2 - x + 1$$

$$-x^2 \div x = -x$$

$$-x(x + 1) = -x^2 - x$$

$$(-x^2 - x + 1) - (-x^2 - x) = 1$$

ناتج القسمة: $x^2 - x$ ، الباقي $1 \neq 0 =$

$\therefore (x + 1)$ ليس عاملاً من عوامل $x^3 - x + 1$

(a) $(x + 2)$ **عامل لأن الباقي** $0 =$ ،

(b) $(x + 1)$ **ليس عاملاً لأن الباقي** $1 \neq 0 =$

تذكر

$(x - a)$ عامل من عوامل $f(x) \Leftrightarrow$ باقي القسمة $= 0$

حاول أن تحل (3) ص 112 (a) استخدم القسمة التركيبية لقسمة $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ على $(x + 2)$

(b) استخدم الإجابة في (a) لتحليل $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ إلى عوامل.

الحل:

(a)

$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$

معاملات المقسوم: $1 , -2 , -5 , 6$

نستخدم القسمة التركيبية:

	1	-2	-5	6
-2		-2	8	-6
	1	**-4**	**3**	**0**
	معاملات ناتج القسمة			الباقي

الباقي : 0

ناتج القسمة: $x^2 - 4x + 3$ ، الباقي $= 0$

(b)

$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x + 2)(x^2 - 4x + 3)$

$x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$

(a) ناتج القسمة $x^2 - 4x + 3$ والباقي 0 ،
(b) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x + 2)(x - 1)(x - 3)$

حاول أن تحل (4) ص 112 استخدم القسمة التركيبية لقسمة $x^3 + 4x^2 + x - 6$ على $(x + 1)$

الحل:

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

معاملات المقسوم: $1 , 4 , 1 , -6$

نستخدم القسمة التركيبية:

	1	4	1	-6
-1		-1	-3	2
	1	**3**	**-2**	**-4**
	معاملات ناتج القسمة			الباقي

الباقي : -4

ناتج القسمة: $x^2 + 3x - 2$ ، الباقي $= -4$

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x+1)(x^2 + 3x - 2) - 4$$

$\therefore$ **ناتج القسمة** $= x^2 + 3x - 2$ ، **الباقي** $= -4$

حاول أن تحل (7) ص 115 استخدم نظرية الباقي لإيجاد باقي قسمة $f(x) = x^4 + 6x^3 - 5x^2 - 60$ على $(x+1)$ ، ثم تحقق من صحة الإجابة باستخدام القسمة التركيبية .

الحل:

$$f(x) = x^4 + 6x^3 - 5x^2 - 60$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$f(-1) = (-1)^4 + 6(-1)^3 - 5(-1)^2 - 60$$

$$f(-1) = 1 - 6 - 5 - 60$$

$$f(-1) = -70$$

التحقق بالقسمة التركيبية (معاملات المقسوم:

$(1 , 6 , -5 , 0 , -60)$:

	1	6	-5	0	-60
-1		-1	-5	10	-10
	1	5	-10	10	-70
	معاملات ناتج القسمة				الباقي

الباقي : -70

ناتج القسمة: $x^3 + 5x^2 - 10x + 10$ ، الباقي $= -70$

تذكر

باقي قسمة $f(x)$ على $(x-a)$ هو $f(a)$

البند (5-3) – حل معادلات كثيرات الحدود

حاول أن تحل (1) ص 117 أوجد مجموعة حل المعادلة : $4x^3 - 16x^2 - 20x = 0$ بالتحليل . ثم تحقق من صحة الحل .

الحل:

$$4x^3 - 16x^2 - 20x = 0$$

$$4x(x^2 - 4x - 5) = 0$$

$$4x(x-5)(x+1) = 0$$

$$x + 1 = 0 \text{ أو } x - 5 = 0 \text{ أو } 4x = 0$$

$$x = -1 \text{ أو } x = 5 \text{ أو } x = 0$$

التحقق:

$$4(0)^3 - 16(0)^2 - 20(0) = 0 : x = 0$$

$$4(5)^3 - 16(5)^2 - 20(5) = 500 - 400 - 100 = 0 : x = 5$$

$$4(-1)^3 - 16(-1)^2 - 20(-1) = -4 - 16 + 20 = 0 : x = -1$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{-1 , 0 , 5\}$$

حاول أن تحل (2) ص 118 أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي :

(a) $2x^3 = 3x - 5x^2$

(b) $x^3 - x^2 - 3x = 0$

الحل:

(a)

$$2x^3 = 3x - 5x^2$$

$$2x^3 + 5x^2 - 3x = 0$$

$$x(2x^2 + 5x - 3) = 0$$

$$x(2x - 1)(x + 3) = 0$$

$$x + 3 = 0 \text{ أو } 2x - 1 = 0 \text{ أو } x = 0$$

$$x = -3 \text{ أو } x = \frac{1}{2} \text{ أو } x = 0$$

(b)

$$x^3 - x^2 - 3x = 0$$

$$x(x^2 - x - 3) = 0$$

$$x^2 - x - 3 = 0 \text{ أو } x = 0$$

$$a = 1 , b = -1 , c = -3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(-3) = 13$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \text{ أو } x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$$

(a) $\text{مجموعة الحل} = \left\{-3 , 0 , \frac{1}{2}\right\}$ ،

(b) $\text{مجموعة الحل} = \left\{0 , \frac{1 + \sqrt{13}}{2} , \frac{1 - \sqrt{13}}{2}\right\}$

مثال (3) ص 118 أوجد مجموعة حل المعادلة :

(a) $x^3 + 3x^2 = x + 3$

(b) $x^3 - 3x = 6 - 2x^2$

الحل:

(a)

$$x^3 + 3x^2 = x + 3$$

$$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$$

بالتحليل بطريقة التقسيم:

$$x^2(x + 3) - (x + 3) = 0$$

$$(x + 3)(x^2 - 1) = 0$$

$$(x + 3)(x - 1)(x + 1) = 0$$

$$x + 1 = 0 \text{ أو } x - 1 = 0 \text{ أو } x + 3 = 0$$

$$x = -1 \text{ أو } x = 1 \text{ أو } x = -3$$

(b)

$$x^3 - 3x = 6 - 2x^2$$

$$x^3 + 2x^2 - 3x - 6 = 0$$

بالتحليل بطريقة التقسيم:

$$x^2(x + 2) - 3(x + 2) = 0$$

$$(x + 2)(x^2 - 3) = 0$$

$$x^2 - 3 = 0 \text{ أو } x + 2 = 0$$

$$x^2 = 3 \text{ أو } x = -2$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{3} \Rightarrow |x| = \sqrt{3}$$

$$x = -\sqrt{3} \text{ أو } x = \sqrt{3}$$

(a) مجموعة الحل $= \{-3 , -1 , 1\}$ ،

(b) مجموعة الحل $= \{-2 , -\sqrt{3} , \sqrt{3}\}$

حاول أن تحل (3) ص 118 أوجد مجموعة حل المعادلة : $x^3 + 2x^2 - 4x = 8$

الحل:

$$x^3 + 2x^2 - 4x = 8$$

$$x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$$

بالتحليل بطريقة التقسيم:

$$x^2(x + 2) - 4(x + 2) = 0$$

$$(x + 2)(x^2 - 4) = 0$$

$$(x + 2)(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x - 2 = 0 \text{ أو } x + 2 = 0$$

$$x = 2 \text{ أو } x = -2$$

∴ **مجموعة الحل** $= \{-2 , 2\}$

حاول أن تحل (4) ص 121 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

(a) $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$

(b) $x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x = 18$

الحل:

(a)

$$P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$$

p : عوامل الحد الثابت (-4) : $\pm 1 \, , \pm 2 \, , \pm 4$

q : عوامل المعامل الرئيسي (1) : ± 1

الأصفار النسبية الممكنة $\frac{p}{q}$: $\pm 1 \, , \pm 2 \, , \pm 4$

$$P(1) = (1)^3 + (1)^2 - 4(1) - 4 = 1 + 1 - 4 - 4 = -6 \neq 0$$

$$P(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 - 4(-1) - 4 = -1 + 1 + 4 - 4 = 0$$

$\therefore -1$ صفر للحدودية ، $(x + 1)$ عامل من عواملها

نستخدم القسمة التركيبية:

	1	1	-4	-4
-1		-1	0	4
	1	**0**	**-4**	**0**
		معاملات ناتج القسمة		الباقي

الباقي : 0

$$P(x) = (x + 1)(x^2 - 4)$$

$$(x + 1)(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x = -2 \text{ أو } x = 2 \text{ أو } x = -1$$

(b)

$$x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x = 18$$

$$x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x - 18 = 0$$

$$P(x) = x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x - 18$$

p : عوامل الحد الثابت (-18) : $\pm 1 \, , \pm 2 \, , \pm 3 \, , \pm 6 \, , \pm 9 \, , \pm 18$

q : عوامل المعامل الرئيسي (1) : ± 1

الأصفار النسبية الممكنة $\frac{p}{q}$: $\pm 1 , \pm 2 , \pm 3 , \pm 6 , \pm 9 , \pm 18$

$$P(2) = (2)^4 - 3(2)^3 - 7(2)^2 + 27(2) - 18$$

$$P(2) = 16 - 24 - 28 + 54 - 18 = 0$$

$\therefore$ 2 صفر للحدودية ، $(x - 2)$ عامل من عواملها

القسمة التركيبية على $(x - 2)$:

2	1	-3	-7	27	-18
		2	-2	-18	18
	1	**-1**	**-9**	**9**	**0**
		معاملات ناتج القسمة			الباقي

الباقي : 0

$$P(x) = (x - 2)(x^3 - x^2 - 9x + 9)$$

$$P(1) = (1)^4 - 3(1)^3 - 7(1)^2 + 27(1) - 18 = 0$$

$\therefore$ 1 صفر للحدودية ، $(x - 1)$ عامل من عواملها

القسمة التركيبية على $(x - 1)$:

1	1	-1	-9	9
		1	0	-9
	1	**0**	**-9**	**0**
	معاملات ناتج القسمة			الباقي

الباقي : 0

$$P(x) = (x - 2)(x - 1)(x^2 - 9)$$

$$(x - 2)(x - 1)(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$x = -3 \text{ أو } x = 3 \text{ أو } x = 1 \text{ أو } x = 2$$

(a) مجموعة الحل $= \{-2 , -1 , 2\}$ ،

(b) مجموعة الحل $= \{-3 , 1 , 2 , 3\}$

البند (1-4) – استكشاف النماذج الأسية

حاول أن تحل (1) ص 127 – (a) مثل بيانياً كلاً من الدوال التالية ، ثم بين ما إذا كانت تمثل نمواً أسياً أو تضاؤلاً أسياً وحدد العامل .

(a) $y = 4(2)^x$

الحل:

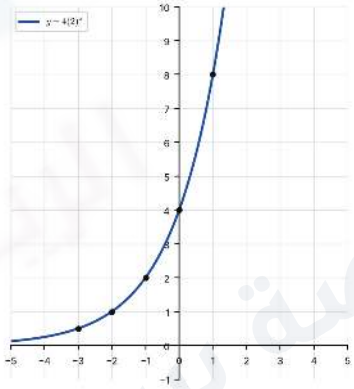
$$y = 4(2)^x$$

$$y = a\,b^x$$

$$a = 4 > 0 \ , \ b = 2$$

ننشئ الجدول:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32



$$b = 2 > 1$$

∴ الدالة تمثل نمواً أسياً

∴ الدالة تمثل نمواً أسياً ، عامل النمو $= 2$

تذكر

$y = a\,b^x \ , \ a > 0$

$b > 1$: نمو أسي ، b عامل النمو

$0 < b < 1$: تضاؤل أسي ، b عامل التضاؤل

حاول أن تحل (1) ص 127 – (b) مثل بيانياً كلاً من الدوال التالية ، ثم بين ما إذا كانت تمثل نمواً أسياً أو تضاؤلاً أسياً وحدد العامل .

(b) $y = 3^x$

الحل:

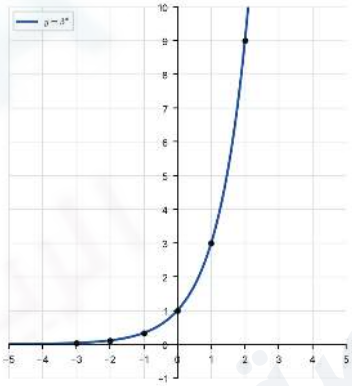
$$y = 3^x$$

$$y = a\,b^x$$

$$a = 1 > 0 \ , \ \ b = 3$$

ننشئ الجدول:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9	27



$$b = 3 > 1$$

∴ الدالة تمثل نمواً أسياً

∴ الدالة تمثل نمواً أسياً ، عامل النمو $= 3$

تذكر

$y = a\,b^x \ , \ a > 0$

$b > 1$: نمو أسي ، b عامل النمو

$0 < b < 1$: تضاؤل أسي ، b عامل التضاؤل

حاول أن تحل (2) ص 128 – (a) مثل بيانياً كلاً من الدوال التالية ، ثم بين ما إذا كانت تمثل نمواً أسياً أو تضاؤلاً أسياً وحدد العامل .

(a) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

الحل:

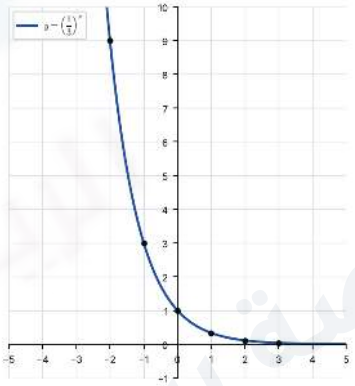
$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$y = a\,b^x$$

$$a = 1 > 0 \ , \ b = \frac{1}{3}$$

ننشئ الجدول:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	27	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$



$$0 < b = \frac{1}{3} < 1$$

∴ الدالة تمثل تضاؤلاً أسياً

∴ الدالة تمثل تضاؤلاً أسياً ، عامل التضاؤل $= \frac{1}{3}$

تذكر

$y = a\,b^x \ , \ a > 0$

$b > 1$: نمو أسي ، b عامل النمو

$0 < b < 1$: تضاؤل أسي ، b عامل التضاؤل

حاول أن تحل (2) ص 128 – (b) مثل بيانياً كلاً من الدوال التالية ، ثم بين ما إذا كانت تمثل نمواً أسياً أو تضاؤلاً أسياً وحدد العامل .

(b) $y = 2(0.1)^x$

الحل:

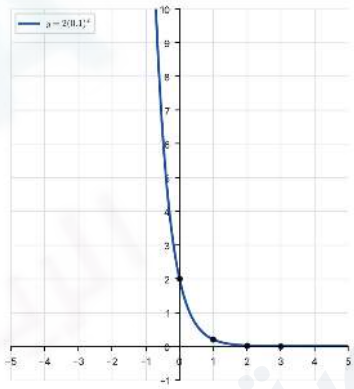
$$y = 2(0.1)^x$$

$$y = a\,b^x$$

$$a = 2 > 0 \ , \ b = 0.1$$

ننشئ الجدول:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	2000	200	20	2	0.2	0.02	0.002



$$0 < b = 0.1 < 1$$

∴ الدالة تمثل تضاؤلاً أسياً

∴ الدالة تمثل تضاؤلاً أسياً ، عامل التضاؤل =
0.1

تذكر

$y = a\,b^x \ , \ a > 0$

$b > 1$: نمو أسي ، b عامل النمو

$0 < b < 1$: تضاؤل أسي ، b عامل التضاؤل

حاول أن تحل (4) ص 130 اكتب دالة أسية بالصورة $y = a\,b^x$ يمر بيانها بالنقطتين : $S(3\ ,16)$ ، $H(2\ ,4)$:

الحل:

$$y = a\,b^x$$

نعوّض بالنقطة $H(2\ ,4)$: $4 = a\,b^2$ ..... (1)

نعوّض بالنقطة $S(3\ ,16)$: $16 = a\,b^3$ ..... (2)

بقسمة (2) على (1):

$$\frac{16}{4} = \frac{a\,b^3}{a\,b^2}$$

$$b = 4$$

نعوّض في (1): $4 = a(4)^2$

$$4 = 16a$$

$$a = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore\ y = \frac{1}{4}(4)^x$$

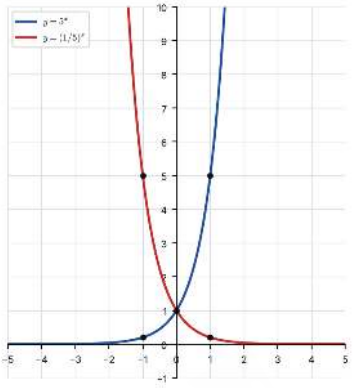
البند (2-4) – الدوال الأسية وتمثيلها بيانيا

حاول أن تحل (1) ص 133 مثل بيانياً كلاً من : $y = 5^x$ ، $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ في نفس المستوى الإحداثي .

الحل:

ننشئ الجدول:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 5^x$	$\frac{1}{125}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{5}$	1	5	25	125
$y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$	125	25	5	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{125}$



$$y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x} = 5^{-x}$$

بيان $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x}$ هو انعكاس بيان $y = 5^{x}$ في المحور الصادي

∴ بيان $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x}$ انعكاس لبيان $y = 5^{x}$ في المحور الصادي ، ويتقاطعان في $(0\ ,1)$

حاول أن تحل (2) ص 134 (a) مثل بيانياً في نفس المستوى الإحداثي .

(1) $y = -4(2)^x$ ، (2) $y = 4(2)^x$

(b) ماذا تلاحظ بين بياني كل من الدالتين في

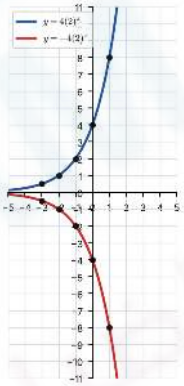
(a) .

الحل:

(a)

ننشئ الجدول:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 4(2)^x$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32
$y = -4(2)^x$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	-8	-16	-32



(b)

$$-4(2)^x = -\left(4(2)^x\right)$$

كل نقطة $(x\ ,y)$ على بيان $y = 4(2)^x$ تقابلها النقطة $(x\ ,-y)$ على بيان $y = -4(2)^x$

∴ بيان $y = -4(2)^x$ هو انعكاس لبيان $y = 4(2)^x$ في المحور السيني

حاول أن تحل (3) ص 135 مثل كل دالة مما يلي وذلك بانسحاب لبيان دالة المرجع $y = 2(3)^x$

(a) $y = 2(3)^{x+1}$

(b) $y = 2(3)^x - 4$

(c) $y = 2(3)^{x-3} + 1$

الحل:

دالة المرجع: $y = 2(3)^x$

جدول قيم دالة المرجع:

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{3}$	2	6	18

(a) $y = 2(3)^{x+1}$

$h = -1 \ , \ k = 0$

انسحاب أفقي وحدة واحدة لليسار

(b) $y = 2(3)^x - 4$

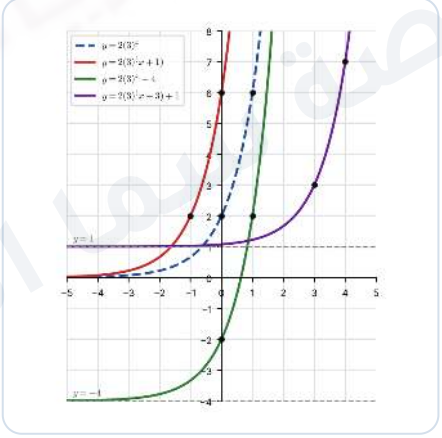
$h = 0 \ , \ k = -4$

انسحاب رأسي 4 وحدات للأسفل

(c) $y = 2(3)^{x-3} + 1$

$h = 3 \ , \ k = 1$

انسحاب أفقي 3 وحدات لليمين وانسحاب رأسي وحدة واحدة للأعلى



(a) انسحاب وحدة لليسار ،

(b) انسحاب 4 وحدات للأسفل ،

(c) انسحاب 3 وحدات لليمين ووحدة للأعلى

تذكر

$y = a(b)^{x-h} + k$

$h > 0$: يمين ، $h < 0$: يسار

$k > 0$: أعلى ، $k < 0$: أسفل

حاول أن تحل (4) ص 135 مثل بيانياً الدالة $y = \frac{1}{9}(3)^{2x} - 1$

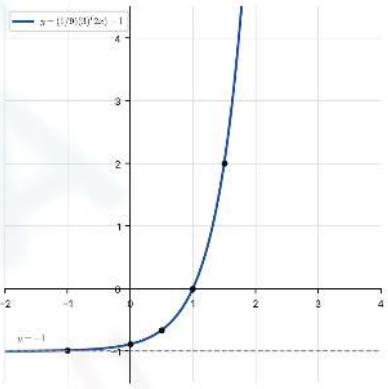
الحل:

$$y = \frac{1}{9}(3)^{2x} - 1$$

ننشئ الجدول:

x	1.5	1	0.5	0	-1
y	2	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{8}{9}$	$-\frac{80}{81}$

خط التقارب الأفقي: $y = -1$



∴ **البيان يمر بالنقاط** $(0\ ,-\frac{8}{9})$ ، $(1\ ,0)$ ، $(1.5\ ,2)$
وخط تقاربه $y = -1$

ملاحظة

$y = a\,b^{rx}\ ,\ r \neq 0$

$\frac{1}{9}(3)^{2x} = 3^{2x-2} = 9^{x-1}$

حاول أن تحل (5) ص 137 استخدم الحاسبة لإيجاد قيم كل ممايلي (قرب إجابتك إلى أقرب جزء من ألف)

(a) e^4

(b) e^{-3}

(c) $e^{\frac{1}{2}}$

الحل:

(a) $e^4 \approx 54.59815$

$e^4 \approx 54.598$

(b) $e^{-3} \approx 0.04979$

$e^{-3} \approx 0.050$

(c) $e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e} \approx 1.64872$

$$e^{\frac{1}{2}} \approx 1.649$$

(a) $e^{4} \approx 54.598$ ،
(b) $e^{-3} \approx 0.050$ ،
(c) $e^{\frac{1}{2}} \approx 1.649$

البند (3-4) – الدوال اللوغاريتمية وتمثيلها بيانيا

تدريب ص 139 أكمل الجدول التالي :

الصورة الأسية | الصورة اللوغاريتمية

$\log_7 49 = 2 \mid 7^2 = 49$

$\log_{10} \ldots = \ldots \mid 10^3 = 1000$

$\log_3 \ldots = \ldots \mid 3^5 = 243$

$\log_4 2 = \frac{1}{2} \mid 4^{\cdots} = \ldots$

$\ldots\ldots \mid \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

$\log_5 \frac{1}{25} = -2 \mid \ldots\ldots$

$\ldots\ldots \mid 12^0 = 1$

الصورة اللوغاريتمية	الصورة الأسية
$\log_7 49 = 2$	$7^2 = 49$
$\log_{10}$ =	$10^3 = 1000$
$\log_3$ =	$3^5 = 243$
$\log_4 2 = \frac{1}{2}$	4 =
	$(\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{16}$
$\log_5 \frac{1}{25} = -2$	
	$12^0 = 1$

الحل:

$$y = b^x \Leftrightarrow x = \log_b y$$

الصورة الأسية	الصورة اللوغاريتمية
$7^2 = 49$	$\log_7 49 = 2$
$10^3 = 1000$	$\log_{10} 1000 = 3$
$3^5 = 243$	$\log_3 243 = 5$
$4^{\frac{1}{2}} = 2$	$\log_4 2 = \frac{1}{2}$
$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$	$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} = 4$
$5^{-2} = \frac{1}{25}$	$\log_5 \frac{1}{25} = -2$
$12^0 = 1$	$\log_{12} 1 = 0$

$$\therefore \log_{12} 1 = 0 \text{ ، } 5^{-2} = \frac{1}{25} \text{ ، } \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} = 4 \text{ ، } 4^{\frac{1}{2}} = 2 \text{ ، } \log_3 243 = 5 \text{ ، } \log_{10} 1000 = 3$$

حاول أن تحل (2) ص 140 أوجد قيمة كل لوغاريتم مما يلي :

(a) $\log_{10} 100$

(b) $\log_9 27$

(c) $\log_{64} \frac{1}{32}$

الحل:

(a) نفرض $\log_{10} 100 = x$

$$10^x = 100$$

$$10^x = 10^2$$

$$x = 2$$

(b) نفرض $\log_9 27 = x$

$$9^x = 27$$

$$(3^2)^x = 3^3$$

$$3^{2x} = 3^3$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

(c) نفرض $\log_{64} \frac{1}{32} = x$

$$64^x = \frac{1}{32}$$
$$(2^6)^x = 2^{-5}$$
$$2^{6x} = 2^{-5}$$
$$6x = -5$$
$$x = -\frac{5}{6}$$

(a) $\log_{10} 100 = 2$ ،

(b) $\log_9 27 = \frac{3}{2}$ ،

(c) $\log_{64} \frac{1}{32} = -\frac{5}{6}$

حاول أن تحل (4) ص 142 أوجد مجال تعريف كل من الدوال التالية :

(a) $y = 2 + \log_5(x - 2)$

(b) $f(x) = \log_4(x^2 + 1)$

(c) $g(x) = \log_7(1 - x)$

الحل:

(a) $y = 2 + \log_5(x - 2)$

$x - 2 > 0$

$x > 2$

مجال الدالة $= (2 , \infty)$

(b) $f(x) = \log_4(x^2 + 1)$

$x^2 + 1 > 0$

لكل $x \in \mathbb{R}$ $x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 1 \geq 1 > 0$

مجال الدالة $= \mathbb{R}$

(c) $g(x) = \log_7(1 - x)$

$1 - x > 0$

$-x > -1$

$x < 1$

مجال الدالة $= (-\infty , 1)$

(a) مجال الدالة $= (2 , \infty)$ ،
(b) مجال الدالة $= \mathbb{R}$ ،
(c) مجال الدالة $= (-\infty , 1)$

شرط الحل

ما بعد اللوغاريتم أكبر تماماً من الصفر

(a) $x - 2 > 0$

(b) $x^2 + 1 > 0$

(c) $1 - x > 0$

حاول أن تحل (5) ص 143 استخدم خواص الانعكاس لرسم بيان الدالة : $y = \log_3 x$ ومعكوسها

الحل:

$$y = 3^x$$

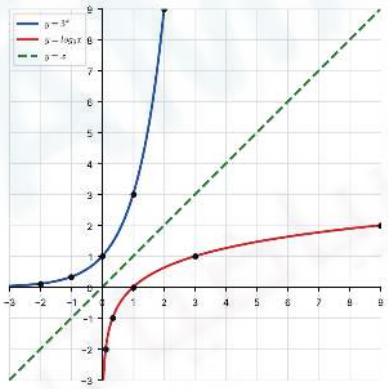
جدول قيم الدالة $y = 3^x$:

2	1	0	-1	-2	x
9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	y

$y = 3^x$ معكوس الدالة $y = \log_3 x$

نبدّل x مع y في جدول القيم:

9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	x
2	1	0	-1	-2	y



∴ **بيان $y = \log_3 x$ هو انعكاس بيان $y = 3^x$ في المستقيم $y = x$**

حاول أن تحل (6) ص 143 ارسم بيان الدالة: $y = \log_3(x - 3) + 1$ مستخدماً دالة المرجع .

الحل:

$$y = \log_3(x - 3) + 1$$

$$y = \log_b(x - h) + k$$

دالة المرجع: $y = \log_3 x$

$$h = 3 \ , \ k = 1$$

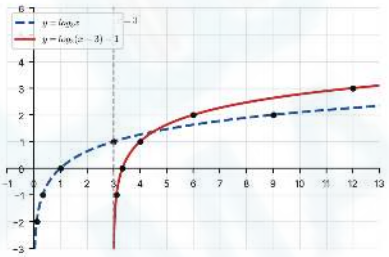
جدول قيم دالة المرجع:

3^2	3^1	3^0	3^{-1}	3^{-2}	x
2	1	0	-1	-2	y

نسحب كل نقطة 3 وحدات لليمين ووحدة واحدة للأعلى $(x+3\ ,\ y+1)$:

12	6	4	$\frac{10}{3}$	$\frac{28}{9}$	x
3	2	1	0	-1	y

خط التقارب الرأسي: $x = 3$



$\therefore$ بيان $y = \log_3(x-3)+1$ هو انسحاب بيان دالة المرجع $y = \log_3 x$ بمقدار 3 وحدات لليمين ووحدة واحدة للأعلى

البند (4-4) – خواص اللوغاريتمات

حاول أن تحل (1) ص 145

(a) أعد كتابة كل مقدار لوغاريتمي مما يلي بصورة لوغاريتم واحد .

(1) $\log_5 2 + \log_5 6$

(2) $3\log_b 4 - 3\log_b 2$

(3) $4\log_3 2 - \log_3 5 + \log_3 10$

(b) تفكير ناقد : هل يمكن كتابة $3\log_2 9 - \log_6 9$ بشكل لوغاريتم واحد ؟ اشرح .

الحل:

(a)

(1) $\log_5 2 + \log_5 6$

$= \log_5(2 \times 6)$

تذكر

$\log_b m + \log_b n = \log_b mn$

$\log_b m - \log_b n = \log_b \frac{m}{n}$

$k\log_b m = \log_b m^k$

$$= \log_5 12$$

$$3\log_b 4 - 3\log_b 2 \text{ (2)}$$

$$= \log_b 4^3 - \log_b 2^3$$

$$= \log_b 64 - \log_b 8$$

$$= \log_b \frac{64}{8}$$

$$= \log_b 8$$

$$4\log_3 2 - \log_3 5 + \log_3 10 \text{ (3)}$$

$$= \log_3 2^4 - \log_3 5 + \log_3 10$$

$$= \log_3 16 - \log_3 5 + \log_3 10$$

$$= \log_3 \frac{16 \times 10}{5}$$

$$= \log_3 32$$

(b)

$$3\log_2 9 - \log_6 9 = \log_2 9^3 - \log_6 9$$

الأساسان مختلفان: $2 \neq 6$

خواص الضرب والقسمة والقوى تُطبَّق على

لوغاريتمات لها الأساس نفسه

$\therefore$

(1) $\log_5 12$ ، **(2)** $\log_b 8$ ، **(3)** $\log_3 32$ ،

(b) لا يمكن ، لأن اللوغاريتمين ليس لهما الأساس نفسه

حاول أن تحل (2) ص 146 أوجد مفكوك كل لوغاريتم مما يلي حيث a , b , c أعداد حقيقية موجبة .

(a) $\log_2(7b)$

(b) $\log\left(\frac{c}{3}\right)^2$

(c) $\log_7(a^3b^4)$

الحل:

(a)

$$\log_2(7b) = \log_2 7 + \log_2 b$$

(b)

$$\log\left(\frac{c}{3}\right)^2 = 2\log\frac{c}{3}$$
$$= 2(\log c - \log 3)$$

(c)

$$\log_7(a^3b^4) = \log_7 a^3 + \log_7 b^4$$

$$\therefore$$
(a) $\log_2 7 + \log_2 b$ ،
(b) $2\log c - 2\log 3$ ،
(c) $3\log_7 a + 4\log_7 b$

تذكر

$$\log_b mn = \log_b m + \log_b n$$
$$\log_b \frac{m}{n} = \log_b m - \log_b n$$
$$\log_b m^k = k\log_b m$$

مثال (3) ص 146 إذا كان $\log 5 \approx 0.699$, $\log 3 \approx 0.477$, $\log 2 \approx 0.301$

استخدم خواص اللوغاريتمات لإيجاد قيمة كل مما يلي دون استخدام الآلة الحاسبة .

(a) $\log 20$
(b) $\log 0.5$
(c) $\log \frac{8}{3}$
(d) $\log 600$

الحل:

(a)

$$\log 20 = \log(2 \times 10)$$
$$= \log 2 + \log 10$$
$$\approx 0.301 + 1$$

(b)

$$\log 0.5 = \log \frac{1}{2}$$
$$= \log 1 - \log 2$$
$$\approx 0 - 0.301$$

(c)

$$\log \frac{8}{3} = \log 8 - \log 3$$
$$= \log 2^3 - \log 3$$
$$= 3\log 2 - \log 3$$
$$\approx 3(0.301) - 0.477$$
$$\approx 0.903 - 0.477$$

(d)

$$\log 600 = \log(2 \times 3 \times 100)$$
$$= \log 2 + \log 3 + \log 10^2$$
$$= \log 2 + \log 3 + 2$$
$$\approx 0.301 + 0.477 + 2$$

معطى

$\log 2 \approx 0.301$
$\log 3 \approx 0.477$
$\log 5 \approx 0.699$
$\log 10 = 1$

$\therefore$

(a) $\log 20 \approx 1.301$ ،

(b) $\log 0.5 \approx -0.301$ ،

(c) $\log \frac{8}{3} \approx 0.426$ ،

(d) $\log 600 \approx 2.778$

حاول أن تحل (3) ص 147 إذا كان $\log 5 \approx 0.699$, $\log 3 \approx 0.477$, $\log 2 \approx 0.301$

استخدم خواص اللوغاريتمات لإيجاد قيمة كل مما يلي دون استخدام الآلة الحاسبة .

(a) $\log 30$

(b) $\log 4.5$

(c) $\log \frac{1}{25}$

(d) $\log 1200$

الحل:

(a)

$$\log 30 = \log(3 \times 10)$$
$$= \log 3 + \log 10$$
$$\approx 0.477 + 1$$

(b)

$$\log 4.5 = \log \frac{9}{2}$$
$$= \log 9 - \log 2$$
$$= \log 3^2 - \log 2$$
$$= 2\log 3 - \log 2$$
$$\approx 2(0.477) - 0.301$$
$$\approx 0.954 - 0.301$$

(c)

$$\log \frac{1}{25} = \log 1 - \log 25$$
$$= 0 - \log 5^2$$
$$= -2\log 5$$
$$\approx -2(0.699)$$

(d)

$$\log 1200 = \log(2^2 \times 3 \times 100)$$
$$= 2\log 2 + \log 3 + \log 10^2$$
$$\approx 2(0.301) + 0.477 + 2$$
$$\approx 0.602 + 0.477 + 2$$

معطى

$\log 2 \approx 0.301$

$\log 3 \approx 0.477$

$\log 5 \approx 0.699$

$\log 10 = 1$

∴

(a) $\log 30 \approx 1.477$ ،

(b) $\log 4.5 \approx 0.653$ ،

(c) $\log \frac{1}{25} \approx -1.398$ ،

(d) $\log 1200 \approx 3.079$

البند (4-5) – المعادلات الأسية واللوغاريتمية

حاول أن تحل (1) ص 151 حل كل معادلة مما يلي مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من ألف :

(a) $3^x = 4$

(b) $6^x = 21$

(c) $3^{x+4} = 101$

الحل:

(a)

$$3^x = 4$$
$$\log 3^x = \log 4$$
$$x \log 3 = \log 4$$
$$\frac{x \log 3}{\log 3} = \frac{\log 4}{\log 3}$$
$$x = \frac{\log 4}{\log 3} \approx 1.262$$

(b)

$$6^x = 21$$
$$\log 6^x = \log 21$$
$$x \log 6 = \log 21$$
$$\frac{x \log 6}{\log 6} = \frac{\log 21}{\log 6}$$
$$x = \frac{\log 21}{\log 6} \approx 1.699$$

(c)

$$3^{x+4} = 101$$
$$\log 3^{x+4} = \log 101$$
$$(x+4) \log 3 = \log 101$$
$$x + 4 = \frac{\log 101}{\log 3}$$
$$x = \frac{\log 101}{\log 3} - 4$$
$$x \approx 4.201 - 4 \approx 0.201$$

∴ **(a) مجموعة الحل** $= \{1.262\}$ ،
(b) مجموعة الحل $= \{1.699\}$ ،
(c) مجموعة الحل $= \{0.201\}$

حاول أن تحل (2) ص 152 حل كل معادلة مما يلي :

(a) $t^{\frac{7}{2}} = 128 \ , \ t > 0$

(b) $\sqrt[3]{u^4} - 5 = 11 \ , \ u > 0$

الحل:

(a)

$$t^{\frac{7}{2}} = 128$$
$$\log t^{\frac{7}{2}} = \log 128$$
$$\frac{7}{2} \log t = \log 128$$
$$\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{2} \log t = \frac{2}{7} \cdot \log 128$$
$$\log t = \frac{2}{7} \log 128$$
$$\log t = \log 128^{\frac{2}{7}}$$
$$t = 128^{\frac{2}{7}} = (2^7)^{\frac{2}{7}} = 2^2 = 4$$
$$4 \in (0 \ , \infty)$$

(b)

$$\sqrt[3]{u^4} - 5 = 11$$
$$\sqrt[3]{u^4} = 16$$
$$u^{\frac{4}{3}} = 16$$
$$\log u^{\frac{4}{3}} = \log 16$$
$$\frac{4}{3} \log u = \log 16$$
$$\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} \log u = \frac{3}{4} \cdot \log 16$$
$$\log u = \frac{3}{4} \log 16$$
$$\log u = \log 16^{\frac{3}{4}}$$
$$u = 16^{\frac{3}{4}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} = 2^3 = 8$$
$$8 \in (0 \ , \infty)$$

∴ (a) مجموعة الحل $= \{4\}$ ،
(b) مجموعة الحل $= \{8\}$

شرط الحل

(a)

شرط التعريف (معطى): $t > 0 \ \Rightarrow \ t \in (0 \ , \infty)$

شرط الحل

(b)

شرط التعريف (معطى): $u > 0 \ \Rightarrow \ u \in (0 \ , \infty)$

حاول أن تحل (3) ص 153 أوجد قيمة $\log_3 400$ ثم حولها إلى لوغاريتم للأساس 8

الحل:

$$\log_3 400 = \frac{\log 400}{\log 3}$$
$$\log_3 400 \approx \frac{2.6021}{0.4771}$$
$$\log_3 400 \approx 5.454$$

باستخدام قاعدة تغيير الأساس للأساس 8 :

$$\log_3 400 = \frac{\log_8 400}{\log_8 3}$$
$$\log_3 400 \approx \frac{2.8813}{0.5283} \approx 5.454$$

تذكر

$$\log_b m = \frac{\log_c m}{\log_c b}$$

$$\log_3 400 = \frac{\log_8 400}{\log_8 3} \text{ ، } \log_3 400 \approx 5.454 \therefore$$

حاول أن تحل (4) ص 153 استخدم قاعدة تغيير الأساس لحل المعادلة : $7^{5x} = 3000$

الحل:

$$7^{5x} = 3000$$

$$5x = \log_7 3000$$

$$5x = \frac{\log 3000}{\log 7}$$

$$x = \frac{\log 3000}{5 \log 7}$$

$$x \approx \frac{3.4771}{5(0.8451)} \approx 0.823$$

$$\therefore \text{ مجموعة الحل } = \left\{ \frac{\log 3000}{5 \log 7} \right\} \approx \{0.823\}$$

تذكر

$$b^a = y \Leftrightarrow a = \log_b y$$

$$\log_b m = \frac{\log m}{\log b}$$

حاول أن تحل (5) ص 155 حل المعادلة : $\log(7 - 2x) = -1$

الحل:

$$\log(7 - 2x) = -1$$

$$7 - 2x = 10^{-1}$$

$$7 - 2x = \frac{1}{10}$$

$$70 - 20x = 1$$

$$-20x = 1 - 70$$

$$-20x = -69$$

$$x = \frac{69}{20}$$

$$\frac{69}{20} \in \left(-\infty, \frac{7}{2}\right)$$

$$\therefore \text{ مجموعة الحل } = \left\{ \frac{69}{20} \right\}$$

شرط الحل

شرط التعريف: $7 - 2x > 0$

$$-2x > -7$$

$$x < \frac{7}{2} \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{7}{2}\right)$$

حاول أن تحل (6) ص 156 حل المعادلة : $\log 6 - \log 3x = -2$

الحل:

$$\log 6 - \log 3x = -2$$
$$\log \frac{6}{3x} = -2$$
$$\log \frac{2}{x} = -2$$
$$\frac{2}{x} = 10^{-2}$$
$$\frac{2}{x} = \frac{1}{100}$$
$$x = 200$$
$$200 \in (0\ ,\infty)$$

∴ **مجموعة الحل** $= \{200\}$

شرط الحل

شرط التعريف: $3x > 0$

$x > 0 \ \Rightarrow \ x \in (0\ ,\infty)$

مثال (7) ص 156 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية مستخدماً خواص اللوغاريتمات

(b) $\log_2(x-1) - \log_2(x+3) = \log_2\left(\frac{1}{x}\right)\ ,\ x \in (1,\infty)$

(c) $\log_{x+1} 32 = 5\ ,\ x \in (0,\infty)$

الحل:

(b)

$$\log_2(x-1) - \log_2(x+3) = \log_2\left(\frac{1}{x}\right)$$
$$\log_2\left(\frac{x-1}{x+3}\right) = \log_2\left(\frac{1}{x}\right)$$
$$\frac{x-1}{x+3} = \frac{1}{x}$$
$$x(x-1) = x+3$$
$$x^2 - x = x+3$$
$$x^2 - 2x - 3 = 0$$
$$(x-3)(x+1) = 0$$
$$x+1 = 0 \text{ أو } x-3 = 0$$
$$x = -1 \text{ أو } x = 3$$
$$3 \in (1\ ,\infty)$$

(c)

$$\log_{x+1} 32 = 5$$
$$(x+1)^5 = 32$$
$$\left((x+1)^5\right)^{\frac{1}{5}} = (32)^{\frac{1}{5}}$$
$$x+1 = 2$$
$$x = 1$$
$$1 \in (0\ ,\infty)$$

شرط الحل

(b)

شرط التعريف (معطى): $x \in (1\ ,\infty)$

شرط الحل

(c)

شرط التعريف (معطى): $x \in (0\ ,\infty)$

$(\infty , 1) \not\ni -1$ (مرفوض)

∴ (b) مجموعة الحل $= \{3\}$ ،
(c) مجموعة الحل $= \{1\}$

حاول أن تحل (7) ص 157 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

(a) $\log x^2 - \log(x^2 - x) = 1 \ , \ x \in (1, \infty)$

(b) $\log_4(x + 6) - \log_4 12 = \log_4 2 - \log_4(x - 4) \ , \ x \in (4, \infty)$

الحل:

(a)

$$\log x^2 - \log(x^2 - x) = 1$$
$$\log \frac{x^2}{x^2 - x} = 1$$
$$\frac{x^2}{x^2 - x} = 10^1$$
$$\frac{x^2}{x(x - 1)} = 10$$
$$\frac{x}{x - 1} = 10$$
$$x = 10x - 10$$
$$9x = 10$$
$$x = \frac{10}{9}$$
$$\frac{10}{9} \in (1, \infty)$$

شرط الحل

(a)

شرط التعريف (معطى): $x \in (1 , \infty)$

(b)

$$\log_4(x + 6) - \log_4 12 = \log_4 2 - \log_4(x - 4)$$
$$\log_4 \frac{x + 6}{12} = \log_4 \frac{2}{x - 4}$$
$$\frac{x + 6}{12} = \frac{2}{x - 4}$$
$$(x + 6)(x - 4) = 24$$
$$x^2 + 2x - 24 = 24$$
$$x^2 + 2x - 48 = 0$$
$$(x + 8)(x - 6) = 0$$
$$x - 6 = 0 \text{ أو } x + 8 = 0$$
$$x = 6 \text{ أو } x = -8$$
$$6 \in (4 , \infty)$$
$$-8 \notin (4 , \infty) \text{ (مرفوض)}$$

شرط الحل

(b)

شرط التعريف (معطى): $x \in (4 , \infty)$

∴ (a) مجموعة الحل $= \left\{\frac{10}{9}\right\}$ ،
(b) مجموعة الحل $= \{6\}$

البند (6-4) – اللوغاريتم الطبيعي

حاول أن تحل (1) ص 159 استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل $e^{4(x+1)} = 32$

الحل:

$$e^{4(x+1)} = 32$$
$$\ln e^{4(x+1)} = \ln 32$$
$$4(x+1) = \ln 32$$
$$x + 1 = \frac{\ln 32}{4}$$
$$x = \frac{\ln 32}{4} - 1$$
$$x \approx 0.866 - 1 \approx -0.134$$

$\therefore$ **مجموعة الحل** $= \left\{\frac{\ln 32}{4} - 1\right\} \approx \{-0.134\}$

تذكر

$\ln e^k = k$

حاول أن تحل (3) ص 160 حل كل من المعادلات التالية :

(a) $e^{\frac{2x}{5}} + 7.2 = 9.1$

(b) $5 + \ln\left(\frac{x+2}{3}\right) = 7$

الحل:

(a)

$$e^{\frac{2x}{5}} + 7.2 = 9.1$$
$$e^{\frac{2x}{5}} = 1.9$$
$$\ln e^{\frac{2x}{5}} = \ln 1.9$$
$$\frac{2x}{5} = \ln 1.9$$
$$x = \frac{5}{2}\ln 1.9 \approx 1.605$$

(b)

$$5 + \ln\left(\frac{x+2}{3}\right) = 7$$
$$\ln\left(\frac{x+2}{3}\right) = 2$$
$$\frac{x+2}{3} = e^2$$
$$x + 2 = 3e^2$$
$$x = 3e^2 - 2 \approx 20.167$$
$$3e^2 - 2 \in (-2, \infty)$$

$\therefore$ **مجموعة الحل (a)** $= \left\{\frac{5}{2}\ln 1.9\right\}$ ،
مجموعة الحل (b) $= \{3e^2 - 2\}$

شرط الحل

(b)

شرط التعريف: $\frac{x+2}{3} > 0$

$x + 2 > 0 \Rightarrow x > -2$

$x \in (-2, \infty)$

حاول أن تحل (4) ص 161 حل كل من المعادلات التالية :

(a) $e^{x+1} = 30$

(b) $2^{2x-3} + 4 = 7$

الحل:

(a)

$$e^{x+1} = 30$$
$$\ln e^{x+1} = \ln 30$$
$$x + 1 = \ln 30$$
$$x = \ln 30 - 1 \approx 2.401$$

(b)

$$2^{2x-3} + 4 = 7$$
$$2^{2x-3} = 3$$
$$\ln 2^{2x-3} = \ln 3$$
$$(2x - 3)\ln 2 = \ln 3$$
$$2x - 3 = \frac{\ln 3}{\ln 2}$$
$$2x = \frac{\ln 3}{\ln 2} + 3$$
$$x = \frac{1}{2}\left(\frac{\ln 3}{\ln 2} + 3\right) \approx 2.292$$

∴ **(a)** مجموعة الحل $= \{\ln 30 - 1\}$ ،
(b) مجموعة الحل $= \left\{\frac{1}{2}\left(\frac{\ln 3}{\ln 2} + 3\right)\right\}$

البند (1-5) – المتجه في المستوى

حاول أن تحل (1) ص 170 ليكن : $A(1, -3)$ ، $B(2, 2)$ ، $C(2, 3)$ ، $D(-2, -1)$

(a) عين الزوج المرتب الذي يمثل متجه الموضع لكل من $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{BD}$

(b) متجه الموضع $\overrightarrow{DC}$ يمثل القطعة الموجهة $\overrightarrow{KD}$. أوجد إحداثيات K .

الحل:

(a)

$$\langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle x_B - x_A \, , \, y_B - y_A \rangle$$
$$\langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle 2 - 1 \, , \, 2 - (-3) \rangle$$
$$\langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle 1 \, , 5 \rangle$$
$$\langle \overrightarrow{BD} \rangle = \langle -2 - 2 \, , \, -1 - 2 \rangle$$
$$\langle \overrightarrow{BD} \rangle = \langle -4 \, , -3 \rangle$$

تذكر

متجه الموضع لـ $\overrightarrow{AB}$ هو $\overrightarrow{OM}$ حيث
$M(x_B - x_A \, , \, y_B - y_A)$

(b)

$$\langle \overrightarrow{DC} \rangle = \langle 2-(-2)\ ,\ 3-(-1) \rangle = \langle 4\ ,4 \rangle$$

نفرض $K(x\ ,y)$

$$\langle \overrightarrow{KD} \rangle = \langle \overrightarrow{DC} \rangle$$

$$\langle -2-x\ ,\ -1-y \rangle = \langle 4\ ,4 \rangle$$

$$-2-x=4 \ \Rightarrow\ x=-6$$

$$-1-y=4 \ \Rightarrow\ y=-5$$

$\therefore$

$(-4\ ,-3) : \overrightarrow{BD}$ ، $(1\ ,5) : \overrightarrow{AB}$ **(a)**

$K(-6\ ,-5)$ **(b)**

حاول أن تحل (2) ص 171 إذا كانت $D(-2,-7)$ ، $E(3,11)$ ، $F(5,13)$

فأوجد مركبات كل من المتجهات التالية : $\langle \overrightarrow{DE} \rangle$ ، $\langle \overrightarrow{ED} \rangle$ ، $\langle \overrightarrow{EF} \rangle$

الحل:

$$\langle \overrightarrow{DE} \rangle = \langle x_E - x_D\ ,\ y_E - y_D \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{DE} \rangle = \langle 3-(-2)\ ,\ 11-(-7) \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{DE} \rangle = \langle 5\ ,18 \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{ED} \rangle = \langle -2-3\ ,\ -7-11 \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{ED} \rangle = \langle -5\ ,-18 \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{EF} \rangle = \langle 5-3\ ,\ 13-11 \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{EF} \rangle = \langle 2\ ,2 \rangle$$

$\therefore \langle \overrightarrow{DE} \rangle = \langle 5\ ,18 \rangle$ ، $\langle \overrightarrow{ED} \rangle = \langle -5\ ,-18 \rangle$ ، $\langle \overrightarrow{EF} \rangle = \langle 2\ ,2 \rangle$

حاول أن تحل (3) ص 173 لكل من المتجهات التالية ارسم متجه الموضع ثم أوجد معيار المتجه وقياس الزاوية θ التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات .

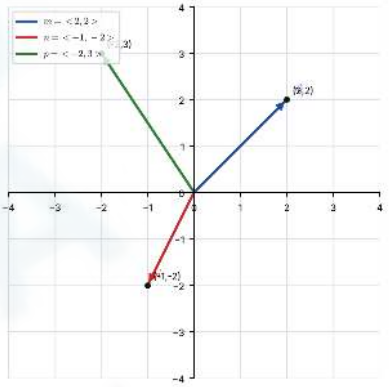
(a) $\vec{m} = \langle 2, 2 \rangle$

(b) $\vec{n} = \langle -1, -2 \rangle$

(c) $\vec{p} = \langle -2, 3 \rangle$

الحل:

نرسم متجهات الموضع من نقطة الأصل O إلى النقاط $(2\ ,2)$ ، $(-1\ ,-2)$ ، $(-2\ ,3)$:



(a)

$$\|\vec{m}\| = \sqrt{(2)^2 + (2)^2}$$

$$\|\vec{m}\| = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$y = 2 > 0 \text{ ، } x = 2 > 0$$

∴ المتجه يقع في الربع الأول

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\left|\frac{y}{x}\right|\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{2}\right) = 45^\circ$$

$$\theta = \alpha$$

(b)

$$\|\vec{n}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2}$$

$$\|\vec{n}\| = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$y = -2 < 0 \text{ ، } x = -1 < 0$$

∴ المتجه يقع في الربع الثالث

تذكر

الربع الأول: $\theta = \alpha$

الربع الثاني: $\theta = 180^\circ - \alpha$

الربع الثالث: $\theta = 180^\circ + \alpha$

الربع الرابع: $\theta = 360^\circ - \alpha$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{2}{1}\right) \approx 63.43^\circ$$

$$\theta = 180^\circ + \alpha$$

$$\theta \approx 180^\circ + 63.43^\circ$$

(c)

$$\|\vec{p}\| = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2}$$

$$\|\vec{p}\| = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$y = 3 > 0 \text{ ، } x = -2 < 0$$

∴ المتجه يقع في الربع الثاني

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) \approx 56.31^\circ$$

$$\theta = 180^\circ - \alpha$$

$$\theta \approx 180^\circ - 56.31^\circ$$

∴

$\theta = 45^\circ$ ، $\|\vec{m}\| = 2\sqrt{2}$ **(a)**

$\theta \approx 243.43^\circ$ ، $\|\vec{n}\| = \sqrt{5}$ **(b)**

$\theta \approx 123.69^\circ$ ، $\|\vec{p}\| = \sqrt{13}$ **(c)**

حاول أن تحل (4) ص 174 إذا كان $\vec{v} = \left\langle x, \frac{12}{13} \right\rangle$ فأوجد قيمة x بحيث يصبح $\vec{v}$ متجه وحدة

الحل:

$$\|\vec{v}\| = 1$$

$$\sqrt{(x)^2 + \left(\frac{12}{13}\right)^2} = 1$$

$$\left(\sqrt{x^2 + \frac{144}{169}}\right)^2 = (1)^2$$

$$x^2 + \frac{144}{169} = 1$$

$$x^2 = 1 - \frac{144}{169}$$

$$x^2 = \frac{25}{169}$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{25}{169}}$$

$$|x| = \frac{5}{13}$$

$$\therefore x = -\frac{5}{13} \text{ أو } x = \frac{5}{13}$$

تذكر

يكون $\vec{v}$ متجه وحدة إذا كان $\|\vec{v}\| = 1$

حاول أن تحل (5) ص 175 إذا كانت $A(0,1)$ ، $B(1,3)$ ، $C(3,6)$ ، $D(4,8)$

أثبت أن : $\langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle \overrightarrow{CD} \rangle$

الحل:

$$\langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle x_B - x_A \ , \ y_B - y_A \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle 1 - 0 \ , \ 3 - 1 \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle 1 \ , 2 \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{CD} \rangle = \langle 4 - 3 \ , \ 8 - 6 \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{CD} \rangle = \langle 1 \ , 2 \rangle$$

المركبات المتناظرة متساوية

$$\therefore \langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle \overrightarrow{CD} \rangle$$

تذكر

يتساوى المتجهان إذا تساوت المركبات المتناظرة

حاول أن تحل (6) ص 176 ليكن المتجهان : $\vec{A} = \langle -2x + 3,\ 4y - 1 \rangle$ ، $\vec{B} = \langle -1, 3 \rangle$ حيث x , y عددان حقيقيان

أوجد قيمة x , y اللتين تحققان $\vec{A} = \vec{B}$

الحل:

$\because \vec{A} = \vec{B}$

$\langle -2x + 3,\ 4y - 1 \rangle = \langle -1, 3 \rangle$

$-2x + 3 = -1$

$-2x = -4$

$x = \frac{-4}{-2} = 2$

$4y - 1 = 3$

$4y = 4$

$y = \frac{4}{4} = 1$

$\therefore x = 2 \text{ ، } y = 1$

تذكر

يتساوى المتجهان إذا تساوت المركبات المتناظرة

حاول أن تحل (8) ص 178 إذا كان $\vec{B} = \langle 3, -2 \rangle$ فأوجد :

(a) $3\vec{B}$

(b) $-5\vec{B}$

(c) $\frac{3}{2}\vec{B}$

الحل:

(a)

$$3\vec{B} = 3\langle 3, -2 \rangle$$

$$3\vec{B} = \langle 3(3)\ ,\ 3(-2) \rangle$$

(b)

$$-5\vec{B} = -5\langle 3, -2 \rangle$$

$$-5\vec{B} = \langle -5(3)\ ,\ -5(-2) \rangle$$

(c)

$$\frac{3}{2}\vec{B} = \frac{3}{2}\langle 3, -2 \rangle$$

$$\frac{3}{2}\vec{B} = \left\langle \frac{3}{2}(3)\ ,\ \frac{3}{2}(-2) \right\rangle$$

تذكر

$k\vec{u} = \langle kx\ , ky \rangle$

$\therefore$

(a) $3\vec{B} = \langle 9, -6 \rangle$ ،

(b) $-5\vec{B} = \langle -15, 10 \rangle$ ،

(c) $\frac{3}{2}\vec{B} = \left\langle \frac{9}{2}, -3 \right\rangle$

حاول أن تحل (9) ص 179 باستخدام خواص المتجهات أثبت أن النقط $K(0, -1)$ ، $L(2, 3)$ ، $M(-2, -5)$ على استقامة واحدة .

الحل:

$$\langle \overrightarrow{KL} \rangle = \langle 2 - 0,\ 3 - (-1) \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{KL} \rangle = \langle 2, 4 \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{KM} \rangle = \langle -2 - 0,\ -5 - (-1) \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{KM} \rangle = \langle -2, -4 \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{KL} \rangle = -1\ \langle \overrightarrow{KM} \rangle$$

$\therefore \overrightarrow{KL} \parallel \overrightarrow{KM}$ ويشتركان في النقطة K

$\therefore$ النقاط K ، L ، M على استقامة واحدة

تذكر

تكون A , B , C على استقامة واحدة إذا وجد $k \neq 0$ يحقق $\langle \overrightarrow{AB} \rangle = k \langle \overrightarrow{AC} \rangle$

البند (2-5) – جمع المتجهات وطرحها

حاول أن تحل (3) ص 182 $ABCD$ مضلع . أوجد :

(a) $\langle\overrightarrow{AB}\rangle + \langle\overrightarrow{CD}\rangle + \langle\overrightarrow{BC}\rangle$

(b) $\langle\overrightarrow{AD}\rangle + \langle\overrightarrow{CA}\rangle + \langle\overrightarrow{BC}\rangle + \langle\overrightarrow{DB}\rangle$

الحل:

(a)

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$$

$$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} \quad \text{(خاصية الإبدال)}$$

$$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$$

$$= \overrightarrow{AD}$$

(b)

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DB}$$

$$= \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC} \quad \text{(خاصية الإبدال)}$$

$$= \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC}$$

$$= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC}$$

$$= \overrightarrow{CC}$$

(a) $\langle\overrightarrow{AD}\rangle$ ،
(b) $\vec{0}$

تذكر

علاقة شال: $\overrightarrow{LM} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{LN}$

$-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{AA} = \vec{0}$

حاول أن تحل (4) ص 183 إذا كان $\vec{A} = \langle 4, -2\rangle$ ، $\vec{B} = \langle -7, 5\rangle$ فأوجد:

(a) $\vec{A} + \vec{B}$

(b) $3\vec{A} + 5\vec{B}$

الحل:

(a)

$$\vec{A} + \vec{B} = \langle 4 + (-7),\ -2 + 5\rangle$$

$$\vec{A} + \vec{B} = \langle -3, 3\rangle$$

(b)

$$3\vec{A} = 3\langle 4, -2\rangle = \langle 12, -6\rangle$$

$$5\vec{B} = 5\langle -7, 5\rangle = \langle -35, 25\rangle$$

تذكر

$\vec{A} + \vec{B} = \langle x_A + x_B,\ y_A + y_B\rangle$

$k\vec{A} = \langle kx_A,\ ky_A\rangle$

$$3\vec{A}+5\vec{B}=\langle 12+(-35),\ -6+25\rangle$$

(a) $\vec{A}+\vec{B}=\langle -3,3\rangle$ ،
(b) $3\vec{A}+5\vec{B}=\langle -23,19\rangle$

حاول أن تحل (5) ص 184

$ABCD$ مضلع في المستوي . أوجد :

(a) $\langle\overrightarrow{AB}\rangle+\langle\overrightarrow{CD}\rangle-\langle\overrightarrow{AD}\rangle-\langle\overrightarrow{CB}\rangle$

(b) $\langle\overrightarrow{AB}\rangle-\langle\overrightarrow{AC}\rangle+\langle\overrightarrow{BC}\rangle+\langle\overrightarrow{AD}\rangle$

الحل:

(a)

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CB}$$
$$=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BC}$$
$$=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}\quad\text{(خاصية الإبدال)}$$
$$=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}$$
$$=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DA}$$
$$=\overrightarrow{AA}$$

(b)

$$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$$
$$=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$$
$$=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\quad\text{(خاصية الإبدال)}$$
$$=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$$
$$=\overrightarrow{CC}+\overrightarrow{AD}$$
$$=\vec{0}+\overrightarrow{AD}$$

(a) $\vec{0}$ ،
(b) $\langle\overrightarrow{AD}\rangle$

تذكر

$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B})$

$-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BA}$

علاقة شال: $\overrightarrow{LM}+\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{LN}$

حاول أن تحل (6) ص 183 إذا كان $\vec{A} = \langle -3, 0 \rangle$ ، $\vec{B} = \langle 5, -9 \rangle$ فأوجد:

(a) $\vec{A} - \vec{B}$

(b) $-3\vec{A} + 4\vec{B}$

الحل:

(a) $\vec{A} - \vec{B} = \langle -3 - 5,\ 0 - (-9) \rangle$

$\vec{A} - \vec{B} = \langle -8, 9 \rangle$

(b) $-3\vec{A} = -3\langle -3, 0 \rangle = \langle 9, 0 \rangle$

$4\vec{B} = 4\langle 5, -9 \rangle = \langle 20, -36 \rangle$

$-3\vec{A} + 4\vec{B} = \langle 9 + 20,\ 0 + (-36) \rangle$

(a) $\vec{A} - \vec{B} = \langle -8, 9 \rangle$ ،

(b) $-3\vec{A} + 4\vec{B} = \langle 29, -36 \rangle$

تذكر

$\vec{A} - \vec{B} = \langle x_A - x_B,\ y_A - y_B \rangle$

$k\vec{A} = \langle kx_A,\ ky_A \rangle$

حاول أن تحل (8) ص 186 لتكن النقاط : $A(3, 4)$ ، $B(-2, 5)$ ، $C(-4, -1)$ اكتب كلاً من المتجهات: $\langle \overrightarrow{OA} \rangle$ ، $\langle \overrightarrow{OB} \rangle$ ، $\langle \overrightarrow{OC} \rangle$ بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين $\vec{i}$ ، $\vec{j}$

الحل:

$\overrightarrow{OA} = \langle 3, 4 \rangle$

$\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$

$\overrightarrow{OB} = \langle -2, 5 \rangle$

$\overrightarrow{OB} = -2\vec{i} + 5\vec{j}$

$\overrightarrow{OC} = \langle -4, -1 \rangle$

$\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ ، $\overrightarrow{OB} = -2\vec{i} + 5\vec{j}$ ،

$\overrightarrow{OC} = -4\vec{i} - \vec{j}$

تذكر

$\overrightarrow{OA} = \langle x_A, y_A \rangle = x_A\vec{i} + y_A\vec{j}$

البند (3-5) – الضرب الداخلي

حاول أن تحل (1) ص 187 إذا كان $\vec{u} = \langle 0, 2 \rangle$ ، $\vec{v} = \langle 2, 2 \rangle$ فأوجد قيمة $\vec{v} \cdot \vec{u}$.

الحل:

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{0^2 + 2^2} = 2$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$\vec{u}$ في اتجاه محور الصادات الموجب : يصنع زاوية 90°

مع محور السينات

$\vec{v}$ يصنع زاوية $\tan^{-1}\left(\frac{2}{2}\right) = 45^\circ$ مع محور السينات

$$m(\vec{v}, \vec{u}) = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = \|\vec{v}\| \times \|\vec{u}\| \times \cos(\vec{v}, \vec{u})$$

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = 2\sqrt{2} \times 2 \times \cos 45^\circ$$

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = 2\sqrt{2} \times 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

للتحقق: $\vec{v} \cdot \vec{u} = 2(0) + 2(2) = 4$

$$\therefore \vec{v} \cdot \vec{u} = 4$$

تذكر

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \|\vec{A}\| \times \|\vec{B}\| \times \cos(\vec{A}, \vec{B})$$

حاول أن تحل (3) ص 189 إذا كانت النقاط $A(6, -1)$ ، $B(3, 2)$ ، $C(2, 1)$

(a) اكتب كلاً من المتجهين $\overrightarrow{BA}$ ، $\overrightarrow{BC}$ بدلالة متجهي الوحدة $\vec{i}$ ، $\vec{j}$.

(b) أوجد قيمة $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$

(c) أثبت أن المثلث ABC قائم في $\hat{B}$

الحل:

(a)
$$\overrightarrow{BA} = \langle x_A - x_B,\ y_A - y_B \rangle$$

$$\overrightarrow{BA} = \langle 6 - 3,\ -1 - 2 \rangle = \langle 3, -3 \rangle$$

$$\overrightarrow{BA} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$\overrightarrow{BC} = \langle x_C - x_B,\ y_C - y_B \rangle$$

$$\overrightarrow{BC} = \langle 2 - 3,\ 1 - 2 \rangle = \langle -1, -1 \rangle$$

$$\overrightarrow{BC} = -\vec{i} - \vec{j}$$

(b)
$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = (3)(-1) + (-3)(-1)$$

تذكر

$$\overrightarrow{AB} = \langle x_B - x_A,\ y_B - y_A \rangle$$

$$\vec{A} \perp \vec{B} \Leftrightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -3 + 3 = 0$$

$$\overrightarrow{BC} \neq \vec{0} \, , \overrightarrow{BA} \neq \vec{0} \, , \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \quad \textbf{(c)}$$

$$\overrightarrow{BA} \perp \overrightarrow{BC} \therefore$$

$\overrightarrow{BC} = -\vec{i} - \vec{j} \, , \overrightarrow{BA} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$ **(a)**

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ **(b)**

(c) المثلث ABC قائم الزاوية في $\hat{B}$

حاول أن تحل (4) ص 189 إذا كان $\vec{A} = \langle 3, -1 \rangle \, , \vec{B} = \langle x, -2 \rangle$ وكان $\vec{A} \perp \vec{B}$ فأوجد قيمة x .

الحل:

$$\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\langle 3, -1 \rangle \cdot \langle x, -2 \rangle = 0$$

$$3x + (-1)(-2) = 0$$

$$3x + 2 = 0$$

$$3x = -2$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{-2}{3}$$

$$x = -\frac{2}{3} \therefore$$

تذكر

يكون $\vec{A} \perp \vec{B}$ إذا كان $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

حاول أن تحل (5) ص 190

(a) أثبتْ أنّ: $\vec{A} \parallel \vec{B}$ حيث: $\vec{A} = \langle 3, -2 \rangle \, , \vec{B} = \langle 6, -4 \rangle$

(b) إذا كان: $\vec{A} \parallel \vec{B} \, , \vec{A} = \langle \frac{7}{3}, \frac{2}{3} \rangle \, , \vec{B} = \langle x, \frac{4}{5} \rangle$ فأوجد قيمة x .

الحل:

$$x_A \cdot y_B - x_B \cdot y_A \quad \textbf{(a)}$$

$$= (3)(-4) - (6)(-2)$$

$$= -12 + 12 = 0$$

$$\vec{B} \neq \vec{0} \, , \vec{A} \neq \vec{0}$$

$$\vec{A} \parallel \vec{B} \therefore$$

$$\vec{A} \parallel \vec{B} \Rightarrow x_A \cdot y_B - x_B \cdot y_A = 0 \quad \textbf{(b)}$$

$$\frac{7}{3} \cdot \frac{4}{5} - x \cdot \frac{2}{3} = 0$$

تذكر

$\vec{A} \parallel \vec{B} \Leftrightarrow x_A \cdot y_B - x_B \cdot y_A = 0$

حيث $\vec{B} \neq \vec{0} \, , \vec{A} \neq \vec{0}$

$$\frac{28}{15} - \frac{2}{3}x = 0$$
$$\frac{2}{3}x = \frac{28}{15}$$
$$x = \frac{28}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{84}{30}$$

(a) $\vec{A} \parallel \vec{B}$ ،

(b) $x = \frac{14}{5}$

حاول أن تحل (6) ص 191 $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ متجهان في المستوي ، حيث $\vec{A} \cdot \vec{B} = 5$ ، $\|\vec{A}\| = 3$ ، $\|\vec{B}\| = 4$ أوجد قيمة $(3\vec{A} - 2\vec{B}) \cdot (-\vec{A} + 3\vec{B})$

الحل:

$$(3\vec{A} - 2\vec{B}) \cdot (-\vec{A} + 3\vec{B})$$
$$= -3\vec{A} \cdot \vec{A} + 9\vec{A} \cdot \vec{B} + 2\vec{B} \cdot \vec{A} - 6\vec{B} \cdot \vec{B}$$
$$= -3\|\vec{A}\|^2 + 11\,\vec{A} \cdot \vec{B} - 6\|\vec{B}\|^2$$
$$= -3(3)^2 + 11(5) - 6(4)^2$$
$$= -27 + 55 - 96$$

$\therefore (3\vec{A} - 2\vec{B}) \cdot (-\vec{A} + 3\vec{B}) = -68$

تذكر

$\vec{A} \cdot \vec{A} = \|\vec{A}\|^2$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$

$\vec{A} \cdot (\vec{B} \pm \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} \pm \vec{A} \cdot \vec{C}$

حاول أن تحل (7) ص 192 إذا كان $\vec{A} \cdot \vec{B} = -3\sqrt{3}$ ، $\|\vec{B}\| = 2$ ، $\|\vec{A}\| = 3$ فأوجد قياس الزاوية $(\vec{A}, \vec{B})$

الحل:

$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \times \|\vec{B}\|}$$
$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{-3\sqrt{3}}{3 \times 2}$$
$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$m(\vec{A}, \vec{B}) = \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$\therefore m(\vec{A}, \vec{B}) = 150^\circ$

تذكر

$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \times \|\vec{B}\|}$$
$$0^\circ \le m(\vec{A}, \vec{B}) \le 180^\circ$$

حاول أن تحل (8) ص 193 أوجد قياس الزاوية المحددة بالمتجهين :

$$\vec{B} = \langle 3, -1 \rangle \text{ ، } \vec{A} = \langle 6, 3 \rangle$$

الحل:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = x_A \cdot x_B + y_A \cdot y_B$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (6)(3) + (3)(-1) = 18 - 3 = 15$$

$$\|\vec{A}\| = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\|\vec{B}\| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$$

$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \times \|\vec{B}\|}$$

$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{15}{3\sqrt{5} \times \sqrt{10}} = \frac{15}{15\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$m(\vec{A}, \vec{B}) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$m(\vec{A}, \vec{B}) = 45^\circ \therefore$$

تذكر

$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \times \|\vec{B}\|}$$

$$0^\circ \leq m(\vec{A}, \vec{B}) \leq 180^\circ$$

البند (1-6) – المجتمع الإحصائي والمعاينة

مثال (1) ص 198 في كل المجتمعات الإحصائية التالية حدد نوع المجتمع (منته - غير منته) ووحدة الدراسة .

(a) طلاب الصف الحادي عشر في مدارس دولة الكويت .

(b) الطيور على سطح الأرض .

الحل:

(a) عدد طلاب الصف الحادي عشر في مدارس الكويت

محدود

نوع المجتمع: منته

وحدة الدراسة: طالب الصف الحادي عشر

(b) عدد الطيور على سطح الأرض غير محدود (لا يمكن حصره)

نوع المجتمع: غير منته

وحدة الدراسة: الطائر

تذكر

المجتمع المنتهي: عدد وحداته محدود

المجتمع غير المنتهي: عدد وحداته غير محدود

(a) منته ، وحدة الدراسة: طالب الصف الحادي عشر ،

(b) غير منته ، وحدة الدراسة: الطائر

حاول أن تحل (1) ص 199 في كل المجتمعات الإحصائية التالية حدد نوع المجتمع (منته - غير منته) ووحدة الدراسة .

(a) لاعبو فرق كرة السلة في دولة الكويت .

(b) مجتمع الأسماك في مياه الخليج العربي .

الحل:

(a) عدد لاعبي فرق كرة السلة في الكويت محدود

نوع المجتمع: منته

وحدة الدراسة: لاعب كرة السلة

(b) عدد الأسماك في مياه الخليج العربي غير محدود (لا يمكن حصره)

نوع المجتمع: غير منته

وحدة الدراسة: السمكة

(a) منته ، وحدة الدراسة: لاعب كرة السلة ،

(b) غير منته ، وحدة الدراسة: السمكة

تذكر

المجتمع المنتهي: عدد وحداته محدود

المجتمع غير المنتهي: عدد وحداته غير محدود

مثال (2) ص 199 هل يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة المجتمعات الإحصائية التالية مع ذكر السبب.

(a) دراسة كمية الدهون الموجودة في الدم .

(b) دراسة نسبة عدد الطلاب الذين لون عيونهم أزرق إلى عدد طلاب صفك .

الحل:

(a) لا يمكن استخدام الحصر الشامل

السبب: لا يمكن سحب كل دم الإنسان لفحصه ، فنكتفي بعينة صغيرة من الدم

(b) يمكن استخدام الحصر الشامل

السبب: عدد طلاب الصف صغير ومحدود فيمكن فحص لون عيون جميع الطلاب

تذكر

الحصر الشامل: جمع بيانات جميع مفردات المجتمع

المعاينة: اختيار جزء من مفردات المجتمع يمثله

(a) لا يمكن (نستخدم المعاينة) ،
(b) يمكن استخدام الحصر الشامل

حاول أن تحل (2) ص 200 اكتب مثالاً يبين :

(a) دراسة في مجتمع إحصائي يمكن استخدام الحصر الشامل فيه .

(b) دراسة في مجتمع إحصائي لا يمكن استخدام الحصر الشامل فيه .

الحل:

(a) دراسة أعمار معلمي مدرستك

يمكن الحصر الشامل لأن عدد المعلمين محدود ويمكن جمع بيانات جميعهم

(b) دراسة متوسط عمر المصابيح الكهربائية التي ينتجها مصنع

لا يمكن الحصر الشامل لأن اختبار عمر المصباح يؤدي إلى تلفه ، فنستخدم عينة

(a) أعمار معلمي مدرستك (يمكن الحصر الشامل) ،
(b) عمر المصابيح التي ينتجها مصنع (لا يمكن الحصر الشامل)

مثال (3) ص 200 اذكر ما نوع البيانات التي تصف كلا من الحالات التالية :

(a) عدد أهداف الدوري العام لكرة القدم في أحد المواسم .

(b) ترتيب الدول بحسب الميداليات التي حصلت عليها في دورة من دورات الألعاب الأولمبية .

(c) درجات الحرارة في شهر سبتمبر في مطار الكويت .

(d) لون سيارات معلمي مدرسة ما .

الحل:

(a) عدد الأهداف عدد صحيح

بيانات كمية متقطعة

(b) الترتيب يراعي ترتيباً معيناً (الأول ، الثاني ، ...)

بيانات كيفية مرتبة

(c) درجة الحرارة تأخذ أي عدد حقيقي

بيانات كمية مستمرة

(d) اللون صفة لا ترتيب فيها

بيانات كيفية أسمية

تذكر

البيانات الكيفية: أسمية - مرتبة

البيانات الكمية: مستمرة - متقطعة

(a) كمية متقطعة ،
(b) كيفية مرتبة ،
(c) كمية مستمرة ،
(d) كيفية أسمية

حاول أن تحل (3) ص 201 حدد نوع البيانات في كل مما يأتي :

(a) عدد أعضاء فريق كرة القدم .

(b) الوظيفة (ضابط ، محاسب ، محام ، تاجر ، مدرس ، ...) .

(c) أطوال قامات طلاب الصف الحادي عشر .

(d) تقديرات الطلاب في مادة اللغة الإنجليزية في جامعة الكويت .

الحل:

(a) عدد الأعضاء عدد صحيح

بيانات كمية متقطعة

(b) الوظيفة صفة لا ترتيب فيها

بيانات كيفية أسمية

(c) الطول يأخذ أي عدد حقيقي

بيانات كمية مستمرة

(d) التقديرات تراعي ترتيباً معيناً (ممتاز ، جيد جداً ، ...)

بيانات كيفية مرتبة

(a) كمية متقطعة ،
(b) كيفية أسمية ،
(c) كمية مستمرة ،
(d) كيفية مرتبة

تذكر

البيانات الكيفية: أسمية - مرتبة

البيانات الكمية: مستمرة - متقطعة

البند (2-6) – المجتمع الإحصائي والمعاينة

مثال (1) ص 203 عدد العاملين في مؤسسة هو 90 موظفاً مرقمين من 1 إلى 90 . يراد اختيار 7 موظفين لأداء فريضة الحج على نفقة المؤسسة ويتم اختيارهم بطريقة عشوائية . المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس والعمود الرابع فما هي الأعداد التي سوف يحصل عليها ؟

الحل:

حجم المجتمع = 90 (عدد من منزلتين)

نأخذ أول رقمين من اليسار ابتداءً من الصف السادس والعمود الرابع

نتحرك رأسياً إلى الأسفل

نختار الأعداد التي لا تتجاوز 90 ولا تتكرر حتى نحصل على 7 أعداد

∴ **أرقام الموظفين في العينة:** 59 ، 61 ، 3 ، 24 ، 77 ، 70 ، 10

حاول أن تحل (1) ص 203 عدد العاملين في مؤسسة هو 90 موظفاً مرقمين من 1 إلى 90 . يراد اختيار 7 موظفين لأداء فريضة الحج على نفقة المؤسسة ويتم اختيارهم بطريقة عشوائية . المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف العاشر والعمود الخامس فما هي الأعداد التي سوف يحصل عليها ؟

الحل:

حجم المجتمع = 90 (عدد من منزلتين)

نأخذ أول رقمين من اليسار ابتداءً من الصف العاشر والعمود الخامس

نتحرك رأسياً إلى الأسفل

نستبعد الأعداد التي تتجاوز 90 والعدد 00 والأعداد المكررة

نستمر حتى نحصل على 7 أعداد مختلفة

∴ **العينة: أول 7 أعداد مختلفة من 01 إلى 90 تظهر في جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف العاشر والعمود الخامس**

حاول أن تحل (2) ص 204

لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة لدى الموظفين في أحد المصارف ، تم سحب عينة طبقية مكونة من 7 أفراد من 35 موظفاً موزعين كما يبين الجدول التالي :
مدراء أقسام: 10 ، محاسبون ومدققون: 20 ، مستخدمون: 5 ، المجموع: 35
ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة ؟

مدراء أقسام	محاسبون ومدققون	مستخدمون	المجموع
10	20	5	35

الحل:

حجم العينة $= 7$ ، حجم المجتمع $= 35$

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{7}{35}$$

$$\text{كسر المعاينة} = 0.2$$

$$\text{حجم عينة مدراء الأقسام} = 0.2(10) = 2$$

$$\text{حجم عينة المحاسبين والمدققين} = 0.2(20) = 4$$

$$\text{حجم عينة المستخدمين} = 0.2(5) = 1$$

للتحقق: $2 + 4 + 1 = 7$

∴ **مدراء الأقسام:** 2 ، **المحاسبون والمدققون:** 4 ، **المستخدمون:** 1

تذكر

كسر المعاينة = حجم العينة ÷ حجم المجتمع

حجم عينة الطبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة

حاول أن تحل (3) ص 205

في إحدى المستشفيات يوجد 80 إدارياً مرقمين من 1 إلى 80 ، 140 طبيباً مرقمين من 81 إلى 220 ، 240 ممرضاً مرقمين من 221 إلى 460 ، 40 عاملاً مرقمين من 461 إلى 500 .
المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونه من 25 فرداً لدراسة كفاءة العاملين وذلك بتكوين عينات عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية .

الحل:

$$\text{حجم المجتمع} = 80 + 140 + 240 + 40 = 500$$

$$\text{حجم العينة} = 25$$

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{25}{500}$$

$$\text{كسر المعاينة} = 0.05$$

تذكر

كسر المعاينة = حجم العينة ÷ حجم المجتمع

حجم عينة الطبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة

حجم عينة الإداريين $= 0.05(80) = 4$

حجم عينة الأطباء $= 0.05(140) = 7$

حجم عينة الممرضين $= 0.05(240) = 12$

حجم عينة العمال $= 0.05(40) = 2$

للتحقق: $4 + 7 + 12 + 2 = 25$

نسحب من جدول الأعداد العشوائية (ثلاث منازل)

أعداداً غير مكررة:

4 أعداد من 1 إلى 80 (الإداريون)

7 أعداد من 81 إلى 220 (الأطباء)

12 عدداً من 221 إلى 460 (الممرضون)

2 عددين من 461 إلى 500 (العمال)

∴ الإداريون: 4 ، الأطباء: 7 ، الممرضون: 12 ، العمال: 2

حاول أن تحل (4) ص 206

في أحد المصانع حيث عدد العمال 900 مرقمين من 1 إلى 900 ، أراد صاحب هذا المصنع مناقشة هؤلاء العمال حول كيفية تحسين الأداء وزيادة الإنتاج .
المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها 10 ، مستخدماً جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن عشر و العمود السابع .

الحل:

طول فترة المعاينة $= \frac{900}{10}$

طول فترة المعاينة $= 90$

نسحب من الجدول رقماً وحيداً r من 1 إلى 90 (منزلتان)

ابتداءً من الصف الثامن عشر والعمود السابع

نضيف طول الفترة 90 تسع مرات:

$r + 90 \text{ ، } r + 180 \text{ ، } r + 270 \text{ ، } r + 360$

$r + 450 \text{ ، } r + 540 \text{ ، } r + 630 \text{ ، } r + 720 \text{ ، } r + 810$

تذكر

طول فترة المعاينة = حجم المجتمع ÷ حجم العينة

∴ **أرقام العينة:** r ، $r+90$ ، $r+180$ ، $r+270$ ، $r+360$ ، $r+450$ ، $r+540$ ، $r+630$ ، $r+720$ ، $r+810$ **حيث** r **العدد المسحوب من الجدول**

حاول أن تحل (5) ص 207 يبلغ عدد طلبة الصف الحادي عشر علمي في إحدى المدارس 140 طالباً مرقمين من 1 إلى 140 ، المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها 7 لزيارة إحدى دور المسنين وتقديم الهدايا لهم بمناسبة حلول عيد الفطر السعيد باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس و العمود التاسع .

الحل:

$$\text{طول فترة المعاينة} = \frac{140}{7}$$

$$\text{طول فترة المعاينة} = 20$$

نسحب من الجدول رقماً وحيداً r من 1 إلى 20 (منزلتان)

ابتداءً من الصف السادس والعمود التاسع

نضيف طول الفترة 20 ست مرات:

$$r \text{ ، } r+20 \text{ ، } r+40 \text{ ، } r+60$$

$$r+80 \text{ ، } r+100 \text{ ، } r+120$$

∴ **أرقام العينة:** r ، $r+20$ ، $r+40$ ، $r+60$ ، $r+80$ ، $r+100$ ، $r+120$ **حيث** r **العدد المسحوب من الجدول**

تذكر

طول فترة المعاينة = حجم المجتمع ÷ حجم العينة

البند (3-6) – أساليب عرض البيانات

حاول أن تحل (1) ص 209 يمثل الجدول التالي التوزيع التكراري لألوان العيون لدى 40 طالبًا ثانويًّا:

أسود: 13 ، أزرق: 4 ، بني: 13 ، عسلي: 6 ، زيتي: 4 ، المجموع: 40

(a) أوجد التكرار النسبي والتكرار المئوي.

(b) مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

الفئة	أسود	أزرق	بني	عسلي	زيتي	المجموع
التكرار	13	4	13	6	4	40

الحل:

(a) التكرار النسبي للأسود $= 0.325 = \frac{13}{40}$ ، التكرار المئوي $= 32.5\%$

التكرار النسبي للأزرق $= 0.1 = \frac{4}{40}$ ، التكرار المئوي $= 10\%$

التكرار النسبي للبني $= 0.325 = \frac{13}{40}$ ، التكرار المئوي $= 32.5\%$

التكرار النسبي للعسلي $= 0.15 = \frac{6}{40}$ ، التكرار المئوي $= 15\%$

التكرار النسبي للزيتي $= 0.1 = \frac{4}{40}$ ، التكرار المئوي $= 10\%$

(b) قياس الزاوية المركزية $=$ التكرار النسبي $\times 360^\circ$

الأسود: $0.325 \times 360^\circ = 117^\circ$

الأزرق: $0.1 \times 360^\circ = 36^\circ$

البني: $0.325 \times 360^\circ = 117^\circ$

العسلي: $0.15 \times 360^\circ = 54^\circ$

الزيتي: $0.1 \times 360^\circ = 36^\circ$

للتحقق: $117 + 36 + 117 + 54 + 36 = 360$

نكوّن الجدول:

الفئة	أسود	أزرق	بني	عسلي	زيتي	المجموع
التكرار	13	4	13	6	4	40
التكرار النسبي	0.325	0.1	0.325	0.15	0.1	1
التكرار المئوي	32.5%	10%	32.5%	15%	10%	100%
قياس الزاوية المركزية	117°	36°	117°	54°	36°	360°

تذكر

التكرار النسبي $=$ تكرار الفئة $\div$ مجموع التكرارات

التكرار المئوي $=$ التكرار النسبي $\times 100\%$

قياس الزاوية المركزية $=$ التكرار النسبي $\times 360^\circ$

نرسم دائرة ونقسمها إلى قطاعات بالزوايا السابقة

∴ **الزوايا المركزية: الأسود** 117° **، الأزرق** 36° **،**
البني 117° **، العسلي** 54° **، الزيتي** 36°

المدرج التكراري والمنحنى التكراري – مثال

يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لأطوال 30 طالبًا بالسنتيمتر (cm)

الفئة: $155-$ ، $160-$ ، $165-$ ، $170-$ ، $175-$ ، $180-$ ، المجموع

التكرار: 4 ، 6 ، 11 ، 5 ، 3 ، 1 ، 30

أوجد مراكز الفئات.

ارسم المنحنى التكراري.

ارسم المدرج التكراري ومنه المنحنى التكراري.

الفئة	$155-$	$160-$	$165-$	$170-$	$175-$	$180-$	المجموع
التكرار	4	6	11	5	3	1	30

الحل:

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$$

$$\text{مركز الفئة الأولى} = \frac{155 + 160}{2} = 157.5$$

وبالمثل: 162.5 ، 167.5 ، 172.5 ، 177.5 ، 182.5

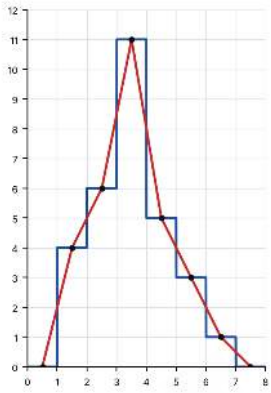
نكوّن الجدول:

الفئة	$155-$	$160-$	$165-$	$170-$	$175-$	$180-$
مركز الفئة x_i	157.5	162.5	167.5	172.5	177.5	182.5
التكرار n_i	4	6	11	5	3	1

المدرج التكراري: نرسم على كل فئة مستطيلاً ارتفاعه تكرار الفئة

المنحنى التكراري: نعيّن النقاط (مركز الفئة ، التكرار) ونصل بينها بمنحنى

نبدأ من $(152.5, 0)$ وننتهي عند $(187.5, 0)$



∴ **مراكز الفئات:** 157.5 ، 162.5 ، 167.5 ، 172.5 ، 177.5 ، 182.5

البند (4-6) – الانحراف المعياري

الانحراف المعياري – مثال

لاحظ صاحب صيدلية أن مبيع الأدوية بحسب أسعارها بالدينار هو كما يلي:

الفئة (بالدينار): $0-$ ، $5-$ ، $10-$ ، $15-$ ، $20-$ ، $25-$ ، المجموع

التكرار: 19 ، 30 ، 47 ، 28 ، 26 ، 10 ، 160

أكمل الجدول بإيجاد مركز كل فئة. أوجد المتوسط الحسابي.

أوجد التباين والانحراف المعياري لأسعار الأدوية.

الفئة (بالدينار)	$0-$	$5-$	$10-$	$15-$	$20-$	$25-$	المجموع
التكرار	19	30	47	28	26	10	160

الحل:

مركز الفئة الأولى $= \frac{0+5}{2} = 2.5$ ، وبالمثل باقي المراكز

نكوّن الجدول:

تذكر

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$$

$$v = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}$$

$$\sigma = \sqrt{v}$$

الفئة	x_i	n_i	$n_i x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$n_i(x_i - \bar{x})^2$
$0-$	2.5	19	47.5	-11.3125	127.9727	2431.4805
$5-$	7.5	30	225	-6.3125	39.8477	1195.4297
$10-$	12.5	47	587.5	-1.3125	1.7227	80.9648
$15-$	17.5	28	490	3.6875	13.5977	380.7344
$20-$	22.5	26	585	8.6875	75.4727	1962.2891
$25-$	27.5	10	275	13.6875	187.3477	1873.4766
المجموع		160	2210			7924.375

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$$

$$\bar{x} = \frac{2210}{160}$$

$$\bar{x} = 13.8125$$

$$v = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}$$

$$v = \frac{7924.375}{160}$$

$$v \approx 49.527$$

$$\sigma = \sqrt{v} = \sqrt{49.527}$$

$$\sigma \approx 7.04$$

∴ $\bar{x} = 13.8125$ دينار، $v \approx 49.527$، $\sigma \approx 7.04$ دينار

البند (5-6) – القاعدة التجريبية

حاول أن تحل (1) ص 218 لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها 475 ديناراً وبانحراف معياري 115 ديناراً .

(a) طبق القاعدة التجريبية.

(b) هل وصلت أرباح هذه الشركة إلى 750 ديناراً ؟ فسر ذلك.

الحل:

(a) $\sigma = 115 \, , \bar{x} = 475$

حوالي 68% من البيانات تقع في الفترة $[\bar{x} - \sigma, \ \bar{x} + \sigma]$

$$[475 - 115, \ 475 + 115]$$

$$[360, \ 590]$$

حوالي 95% من البيانات تقع في الفترة $[\bar{x} - 2\sigma, \ \bar{x} + 2\sigma]$

$$[475 - 2(115), \ 475 + 2(115)]$$

$$[245, \ 705]$$

حوالي 99.7% من البيانات تقع في الفترة $[\bar{x} - 3\sigma, \ \bar{x} + 3\sigma]$

$$[475 - 3(115), \ 475 + 3(115)]$$

$$[130, \ 820]$$

(b) $750 \in [130, \ 820]$

$705 < 750 \leq 820$ أي أن 750 تقع بين $\bar{x} + 2\sigma$ و $\bar{x} + 3\sigma$

∴ نعم ، وصلت أرباح الشركة إلى 750 ديناراً لأنها تنتمي إلى الفترة $[130, \ 820]$ التي تحوي 99.7% من البيانات

حاول أن تحل (2) ص 212

يعلن مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية أن متوسط عمر المصباح الكهربائي من النوع (A) هو $700h$ بانحراف معياري $100h$. على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر المصابيح الكهربائية يقترب كثيراً من التوزيع الطبيعي

(a) طبق القاعدة التجريبية.

(b) أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (A) التي يزيد عمرها عن $500h$ شهراً

(c) أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (A) التي يقل عمرها عن $400h$ شهراً

الحل:

(a) $\sigma = 100 \text{ ، } \bar{x} = 700$

حوالي 68% من البيانات تقع في الفترة $[\bar{x} - \sigma,\ \bar{x} + \sigma]$

$$[700 - 100,\ 700 + 100]$$

$$[600,\ 800]$$

حوالي 95% من البيانات تقع في الفترة

$$[\bar{x} - 2\sigma,\ \bar{x} + 2\sigma]$$

$$[700 - 2(100),\ 700 + 2(100)]$$

$$[500,\ 900]$$

حوالي 99.7% من البيانات تقع في الفترة

$$[\bar{x} - 3\sigma,\ \bar{x} + 3\sigma]$$

$$[700 - 3(100),\ 700 + 3(100)]$$

$$[400,\ 1000]$$

(b) $500 = 700 - 2(100) = \bar{x} - 2\sigma$

النسبة $= 47.5\% + 50\%$

(c) $400 = 700 - 3(100) = \bar{x} - 3\sigma$

النسبة $= \dfrac{100\% - 99.7\%}{2}$

∴

(b) 97.5% ،

(c) 0.15%

تذكر

المنحنى متماثل حول $\bar{x}$: 50% على كل جانب

$[\bar{x} - 2\sigma,\ \bar{x}]$ يحوي 47.5%

أقل من $\bar{x} - 3\sigma$: 0.15%

البند (6-6) – القيمة المعيارية

حاول أن تحل (1) ص 221

جاءت إحدى درجات طالب في مادة الفيزياء 15 حيث المتوسط الحسابي 14 والانحراف المعياري 3.8 و في مادة الكيمياء 15 حيث المتوسط الحسابي 13 والانحراف المعياري 7.8

ما القيمة المعيارية للدرجة 15 مقارنة مع درجات كل مادة ؟ أيهما أفضل ؟

الحل:

الفيزياء: $x = 15 \text{ ، } \bar{x} = 14 \text{ ، } \sigma = 3.8$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

$$z = \frac{15 - 14}{3.8}$$

$$z \approx 0.263$$

الكيمياء: $x = 15 \text{ ، } \bar{x} = 13 \text{ ، } \sigma = 7.8$

$$z = \frac{15 - 13}{7.8}$$

$$z \approx 0.256$$

$$0.263 > 0.256$$

$\therefore z_1 \approx 0.263$ (الفيزياء) ، $z_2 \approx 0.256$ (الكيمياء) ،
درجة الطالب في الفيزياء أفضل

تذكر

القيمة المعيارية: $z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$

حاول أن تحل (2) ص 221

يسكن خالد في المدينة A حيث أن طول قامته 180 cm والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 174 cm مع انحراف معياري 12 cm. أما صالح فيسكن في مدينة B حيث أن طول قامته 172 cm والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 165 cm مع انحراف معياري 15 cm

أي منهما طول قامته أفضل من الآخر مقارنة مع أطوال الرجال في كل مدينة ؟

الحل:

خالد: $x = 180 \text{ ، } \bar{x} = 174 \text{ ، } \sigma = 12$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

$$z = \frac{180 - 174}{12}$$

$$z = 0.5$$

صالح: $x = 172 \text{ ، } \bar{x} = 165 \text{ ، } \sigma = 15$

تذكر

القيمة المعيارية: $z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$

$$z = \frac{172 - 165}{15}$$

$$z \approx 0.467$$

$$0.5 > 0.467$$

∴ طول قامة خالد أفضل من طول قامة صالح مقارنة مع أطوال الرجال في مدينة كل منهما

الجزء الثاني: التمارين الموضوعية من كتاب التمارين – مع التفسير

البند (1-1) – الجذور والتعبيرات الجذرية

(1) $\sqrt[3]{-64x^3} + 4x = 0$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\sqrt[3]{-64x^3} = -4x$$

$$-4x + 4x = 0$$

العبارة صحيحة

(2) $\dfrac{8-\sqrt{7}}{3} + \dfrac{3}{4-\sqrt{7}} \in \mathbb{Z}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\frac{3}{4-\sqrt{7}} \cdot \frac{4+\sqrt{7}}{4+\sqrt{7}} = \frac{3(4+\sqrt{7})}{9} = \frac{4+\sqrt{7}}{3}$$

$$\frac{8-\sqrt{7}}{3} + \frac{4+\sqrt{7}}{3} = \frac{12}{3} = 4 \in \mathbb{Z}$$

العبارة صحيحة

(3) $(3-2\sqrt{2})^{27} \times (3+2\sqrt{2})^{27} = 1$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$= \left[(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})\right]^{27}$$

$$= (9-8)^{27} = 1^{27} = 1$$

العبارة صحيحة

(4) $\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{5}$

ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

الحل:

$$\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\neq\sqrt[3]{a+b}$$

$$\sqrt[3]{5}\approx 1.71\ ,\ \sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}\approx 1.26+1.44=2.70$$

العبارة خاطئة

(5) $|m|\times\sqrt{m^2}=m^2\ ,\ \forall m\in\mathbb{R}$

ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

الحل:

$$\sqrt{m^2}=|m|$$

$$|m|\times|m|=|m|^2=m^2$$

العبارة صحيحة

(6) التعبير الجذري الذي في أبسط صورة هو:

ⓐ $\sqrt[3]{216}$

ⓑ $\dfrac{2}{\sqrt[3]{2}}$

ⓒ $\sqrt[3]{9}$

ⓓ $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

الحل:

$\sqrt[3]{216}=6$ ليس في أبسط صورة ، $\dfrac{2}{\sqrt[3]{2}}$ يوجد جذر في المقام

$\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ يوجد كسر تحت الجذر ، إذن $\sqrt[3]{9}$ في أبسط صورة

الإجابة الصحيحة:
(c)

(7) لوضع التعبير الجذري $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}}$ في أبسط صورة نضرب كلاً من البسط والمقام في:

(a) $\sqrt{2}$
(b) $\sqrt[3]{2}$
(c) 2
(d) 4

الحل:

$$\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt[3]{10}}{2}$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(8) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ يساوي:

(a) $2-\sqrt{3}$
(b) $2+\sqrt{3}$
(c) $3-\sqrt{2}$
(d) $3+\sqrt{2}$

الحل:

$$(2+\sqrt{3})^2 = 4+4\sqrt{3}+3 = 7+4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}} = |2+\sqrt{3}| = 2+\sqrt{3}$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(9) إذا كان $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ فإن:

(a) $\varphi^2+\varphi = 1$
(b) $\varphi^2 = \varphi+1$
(c) $\varphi+\varphi^2+1 = 0$
(d) $\varphi^2+1 = \varphi$

الحل:

$$\varphi^2 = \frac{1+2\sqrt{5}+5}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi+1 = \frac{1+\sqrt{5}+2}{2} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} = \varphi^2$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(10) إذا كان $x \in \mathbb{R}^-$ فإن $\frac{1}{x} \cdot |x|$ يساوي:

ⓐ -1 ⓑ $-x$

ⓒ 1 ⓓ x

الحل:

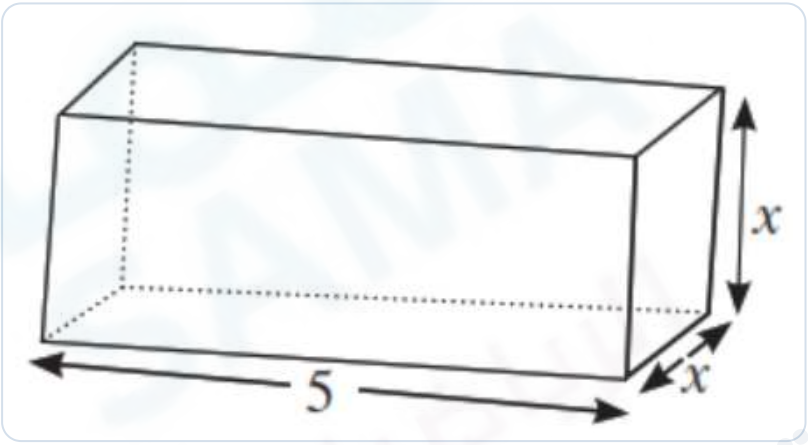
$$x < 0 \Rightarrow |x| = -x$$

$$\frac{1}{x} \cdot (-x) = -1$$

الإجابة الصحيحة:

(a)

(11) إذا كان حجم شبه المكعب المقابل يساوي $40\ \text{cm}^3$ ، فإن x تساوي:



الحل:

$$V = 5 \times x \times x = 5x^2 = 40$$

$x^2 = 8 \Rightarrow x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ (الطول موجب)

$$x = 2\sqrt{2}$$

البند (2-1) – الأسس النسبية

(1) $16^{-\frac{3}{4}} = 32^{-\frac{3}{5}}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$16^{-\frac{3}{4}} = (2^4)^{-\frac{3}{4}} = 2^{-3}$$

$$32^{-\frac{3}{5}} = (2^5)^{-\frac{3}{5}} = 2^{-3}$$

العبارة صحيحة

(2) $x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{2}{3}}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}} = x^{-\frac{1}{4}} \neq x^{\frac{2}{3}}$$

العبارة خاطئة

(3) $x^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{6}}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$x^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = x^{-\frac{3}{6}+\frac{2}{6}} = x^{-\frac{1}{6}}$$

العبارة صحيحة

(4) $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = x\ ,\ x > 0$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\sqrt[4]{\sqrt{x}} = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{8}} \neq x$$

العبارة خاطئة

(5) $\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = 4$

ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

الحل:

$$\sqrt{16^{-1}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4} \text{ ، } \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$
$$4\sqrt{2} \times \frac{1}{4} = \sqrt{2} \neq 4$$

العبارة خاطئة

(6) إذا كان $n > 0$ ، فإن التعبير الذي لا يكافئ $\sqrt[4]{4n^2}$ هو:

ⓐ $(4n^2)^{\frac{1}{4}}$

ⓑ $2n^{\frac{1}{2}}$

ⓒ $(2n)^{\frac{1}{2}}$

ⓓ $\sqrt{2n}$

الحل:

$$\sqrt[4]{4n^2} = (4n^2)^{\frac{1}{4}} = (2n)^{\frac{2}{4}} = (2n)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2n}$$
$$2n^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{n} \neq \sqrt{2n}$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(7) إذا كان: $y > 0$ ، فإن التعبير $\frac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}}$ يساوي:

ⓐ $14y$

ⓑ $\frac{1}{7}y$

ⓒ $2y$

ⓓ $\frac{8}{7}y$

الحل:

$$= \left(\frac{56}{7}\right)^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}-\frac{2}{3}}$$
$$= 8^{\frac{1}{3}} \times y = 2y$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(8) $\left(\sqrt[4]{x^{-2}y^4}\right)^{-2} = ;\ x \neq 0\ ,\ y \neq 0$

ⓐ $|x^{-1}|y^2$
ⓑ $|x|y^{-2}$
ⓒ xy^2
ⓓ $x^{-2}y^2$

الحل:

$$\sqrt[4]{x^{-2}y^4} = |x|^{-\frac{1}{2}}\,|y|$$

$$\left(|x|^{-\frac{1}{2}}|y|\right)^{-2} = |x|\,y^{-2}$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(9) $\sqrt{\dfrac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \dfrac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} =$

ⓐ $5^{-\frac{1}{2}}$
ⓑ $\dfrac{1}{5}$
ⓒ $5^{\frac{1}{2}}$
ⓓ $5^{\frac{2}{3}}$

الحل:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{5^3}} = 5^{-1}$$

$$\sqrt{5^{-1}} = 5^{-\frac{1}{2}}$$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(10) إذا كان $x^2 - xy + y^2 = 4\ ,\ x + y = 2$ فإن $\sqrt[6]{x^3 + y^3}$ يساوي:

ⓐ $\sqrt{2}$
ⓑ $\sqrt[3]{2}$
ⓒ $\sqrt[3]{6}$
ⓓ 2

الحل:

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 2 \times 4 = 8$$

$$\sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(11) في التعبير $P.V^{\frac{7}{5}}$ حيث P يمثل الضغط، V يمثل حجم عينة من غاز فإن قيمته عندما $P=\frac{32}{27}$ ، $V=\frac{243}{32}$ يساوي:

a) $\frac{4}{81}$ b) 4

c) $\frac{81}{4}$ d) $\frac{243}{4}$

الحل:

$$V^{\frac{7}{5}}=\left(\left(\frac{3}{2}\right)^5\right)^{\frac{7}{5}}=\left(\frac{3}{2}\right)^7=\frac{2187}{128}$$

$$\frac{32}{27}\times\frac{2187}{128}=\frac{81}{4}$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(12) إن قيمة التعبير $\frac{\sqrt[3]{x^6}\cdot\sqrt[4]{x^5}}{x^3\cdot\sqrt[8]{x^2}}$, $x>0$ تساوي:

a) x b) $\frac{1}{x}$

c) 1 d) $\sqrt{x}$

الحل:

$$=\frac{x^2\cdot x^{\frac{5}{4}}}{x^3\cdot x^{\frac{1}{4}}}=\frac{x^{\frac{13}{4}}}{x^{\frac{13}{4}}}$$

$$=x^0=1$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

البند (3-1) – حل المعادلات

(1) مجموعة حل $7^{3-x}=1$ هي $\{3\}$

a) صحيحة b) خاطئة

الحل:

$$7^{3-x}=7^0$$

$$3-x=0\Rightarrow x=3$$

العبارة صحيحة

(2) مجموعة حل $\sqrt{x-1}=\sqrt{1-x}$ هي $\{0\}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

شرط الحل: $x-1\geq 0$ و $1-x\geq 0\Rightarrow x=1$

$x=1$: $\sqrt{0}=\sqrt{0}$ ، مجموعة الحل $=\{1\}$ ، 0 لا يحقق الشرط

العبارة خاطئة

(3) إذا كان $\sqrt[3]{9+x^2}=3$ فإن $x=3\sqrt{2}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$9+x^2=27\Rightarrow x^2=18$$

$$|x|=\sqrt{18}\Rightarrow x=\pm 3\sqrt{2}$$

العبارة خاطئة

(4) $x=-1$ حلاً للمعادلة $2^{x^2-4}=\frac{1}{32}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$x=-1$: $2^{1-4}=2^{-3}=\frac{1}{8}\neq\frac{1}{32}$

الحل: $x^2-4=-5\Rightarrow x^2=-1$ لا يوجد حل

العبارة خاطئة

(5) مجموعة حل $25^{|x|+\frac{1}{2}}=5^{1-2x}$ هي $\mathbb{R}^-$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$5^{2|x|+1}=5^{1-2x}\Rightarrow 2|x|+1=1-2x\Rightarrow |x|=-x$$

$|x|=-x\Rightarrow x\leq 0$ ، مجموعة الحل $=(-\infty,0]$ و $0\notin\mathbb{R}^-$

العبارة خاطئة

(6) مجموعة حل $\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$ هي:

ⓐ $\{0\}$ ⓑ $\mathbb{R}^+$

ⓒ $\mathbb{R}^-$ ⓓ $\mathbb{R}$

الحل:

$$\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} = \left(x^{10}\right)^{\frac{1}{5}} = x^2$$

$x^2 - x^2 = 0$ لكل $x \in \mathbb{R}$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(7) مجموعة حل $\sqrt[3]{x-2} = \sqrt{x-2}$ هي:

ⓐ $\{2\}$ ⓑ $\{1,2\}$

ⓒ $\{1,2,3\}$ ⓓ $\{2,3\}$

الحل:

شرط الحل: $x \geq 2$ ، نضع $t = x-2 \geq 0$: $t^{\frac{1}{3}} = t^{\frac{1}{2}} \Rightarrow t = 0$ أو $t = 1$

$x = 2$ أو $x = 3$ ، كلاهما $\in [2, \infty)$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(8) مجموعة حل $\sqrt[3]{2x^2+2} = \sqrt[3]{3-x}$ هي:

ⓐ $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$ ⓑ $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

ⓒ $\left\{-1, \frac{-1}{2}\right\}$ ⓓ $\left\{1, \frac{1}{2}\right\}$

الحل:

بتكعيب الطرفين: $2x^2 + 2 = 3 - x \Rightarrow 2x^2 + x - 1 = 0$

$(2x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ أو $x = -1$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(9) مجموعة حل $x^2 = |x|$ هي:

(a) $\{-1, 0, 1\}$ (b) $\{0, 1\}$

(c) $\{0\}$ (d) $\{1\}$

الحل:

$$|x|^2 - |x| = 0 \Rightarrow |x|(|x| - 1) = 0$$

$$|x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \text{ أو } |x| = 0 \Rightarrow x = 0$$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(10) إذا كان $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x}$ فإن x تساوي:

(a) -2 (b) 2

(c) -4 (d) 4

الحل:

$$3^{-2(x+1)} = 3^{2-x} \Rightarrow -2x - 2 = 2 - x$$

$$-x = 4 \Rightarrow x = -4$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

البند (1-2) – مجال الدالة

(1) مجال الدالة $f(x) = \sqrt{(x-2)^2}$ هو $\mathbb{R}$

(a) صحيحة (b) خاطئة

الحل:

$$(x-2)^2 \geq 0 \text{ لكل } x \in \mathbb{R}$$

$$\text{المجال} = \mathbb{R}$$

العبارة صحيحة

(2) مجال الدالة $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{2x-6}}$ هو $[3,\infty)$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$2x-6>0 \Rightarrow x>3$$

المجال $=(3,\infty)$ ، $x=3$ يجعل المقام صفراً

العبارة خاطئة

(3) مجال الدالة $f(x)=\sqrt{-x}$ هو $(-\infty,0]$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$-x\geq 0 \Rightarrow x\leq 0$$

المجال $=(-\infty,0]$

العبارة صحيحة

(4) مجال الدالة $f(x)=\dfrac{1}{x^2}\sqrt{x+3}$ هو $[-3,\infty)$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$x+3\geq 0 \Rightarrow x\geq -3$ ، المقام $x^2\neq 0 \Rightarrow x\neq 0$

المجال $=[-3,\infty)-\{0\}$

العبارة خاطئة

(5) مجال الدالة $f(x)=|x|-2$ هو $\mathbb{R}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

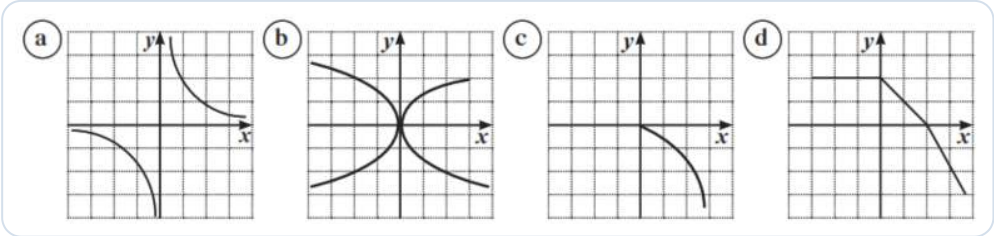
الحل:

$|x|$ معرّفة لكل $x\in\mathbb{R}$

المجال $=\mathbb{R}$

العبارة صحيحة

(6) أيًا مما يلي لا يمثل بيان دالة:



ⓐ الشكل **(a)**

ⓑ الشكل **(b)**

ⓒ الشكل **(c)**

ⓓ الشكل **(d)**

الحل:

في الشكل

(b) يوجد خط رأسي يقطع المنحنى في أكثر من نقطة

إذن لا يمثل دالة (اختبار الخط الرأسي)

الإجابة الصحيحة:

(b)

(7) مجال الدالة $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+2x+1}$ هو:

ⓐ $\mathbb{R}$

ⓑ $\mathbb{R}/\{1\}$

ⓒ $\mathbb{R}/\{-1,1\}$

ⓓ $\mathbb{R}/\{-1\}$

الحل:

المقام: $x^2+2x+1=(x+1)^2=0\Rightarrow x=-1$

المجال $=\mathbb{R}-\{-1\}$

الإجابة الصحيحة:

(d)

(8) مجال الدالة $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2}}{x}$ هو:

(a) $\mathbb{R}/\{0\}$ (b) $[0,\infty)$

(c) $(-\infty,0)$ (d) $(0,\infty)$

الحل:

$x^2\geq 0$ لكل x ، والمقام $x\neq 0$

المجال $=\mathbb{R}-\{0\}$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(9) مجال الدالة $f(x)=\dfrac{x-1}{x-\sqrt{x}}$ هو:

(a) $\mathbb{R}/\{1\}$ (b) $\mathbb{R}/\{0,1\}$

(c) $\mathbb{R}-\{0\}$ (d) $(0,\infty)/\{1\}$

الحل:

$\sqrt{x}$ معرّفة عندما $x\geq 0$

المقام: $x-\sqrt{x}=\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)=0\Rightarrow x=0$ أو $x=1$

المجال $=[0,\infty)-\{0,1\}=(0,\infty)-\{1\}$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(10) مجال الدالة $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x+1}-1}$ هو:

(a) $(0,\infty)$ (b) $[1,\infty)$

(c) $(-1,\infty)$ (d) $[-1,\infty)/\{0\}$

الحل:

$x+1\geq 0\Rightarrow x\geq -1$

المقام: $\sqrt{x+1}=1\Rightarrow x=0$

المجال $=[-1,\infty)-\{0\}$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(11) لتكن $g(x)=x^2$ ، $g:[-2,2]\to\mathbb{R}$ ، $f(x)=x\sqrt{x}$. فإن مجال الدالة $f\circ g$ هو:

ⓐ $[-2,2]$ ⓑ $[0,2]$

ⓒ $(0,2)$ ⓓ ليس أيًا مما سبق صحيحًا

الحل:

$$D_f=[0,\infty)\ ،\ g(x)=x^2\geq 0\ \text{لكل}\ x\in[-2,2]$$

$$D_{f\circ g}=\{x\in[-2,2]:g(x)\in D_f\}=[-2,2]$$

الإجابة الصحيحة:
(a)

البند (2-2) – الدوال التربيعية ونمذجتها

(1) الدالة $f(x)=kx^2+x-3\ ,\ k\in\mathbb{Z}$ يمكن أن تكون دالة خطية.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

عندما $k=0$: $f(x)=x-3$ دالة خطية

العبارة صحيحة

(2) الدالة $f(x)=x+\dfrac{|x|}{x}$ هي دالة خطية.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$f(x)=x+1:x>0$ ، $f(x)=x-1:x<0$ و f غير معرّفة عند $x=0$

إذن ليست دالة خطية

العبارة خاطئة

(3) النقطة $A(1,\ 6)$ تنتمي إلى منحنى الدالة: $f(x) = (3x)(2x) + 6$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$f(1) = (3)(2) + 6 = 12 \neq 6$$

إذن $A \notin$ منحنى الدالة

العبارة خاطئة

(4) الدالة $y = x(1 - x) - (1 - x^2)$ هي دالة خطية.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$y = x - x^2 - 1 + x^2 = 2x - 1$$

دالة خطية

العبارة صحيحة

(5) الدالة $f(x) = \pi^2 - x$ هي دالة تربيعية.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$f(x) = -x + \pi^2$ أكبر أس لـ x هو 1

دالة خطية وليست تربيعية

العبارة خاطئة

(6) الدالة التربيعية التي حدها الثابت يساوي -3 فيما يلي هي:

ⓐ $y = (3x + 1)(-x - 3)$ ⓑ $y = x^2 - 3x + 3$

ⓒ $f(x) = (x - 3)(x - 3)$ ⓓ $y = -3x^2 + 3x + 9$

الحل:

$(3x + 1)(-x - 3) = -3x^2 - 10x - 3$ الحد الثابت $= -3$

الحدود الثابتة في البقية: $3\ ،\ 9\ ،\ 9$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(7) أي دالة مما يلي ليست دالة تربيعية:

ⓐ $y = (x-1)(x-2)$

ⓑ $y = x^2 + 2x - 3$

ⓒ $y = 3x - x^2$

ⓓ $y = -x^2 + x(x-3)$

الحل:

$$y = -x^2 + x(x-3) = -x^2 + x^2 - 3x = -3x$$

دالة خطية وليست تربيعية

الإجابة الصحيحة:
(d)

(8) أي نقطة مما يلي تنتمي إلى منحنى دالة $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ ؟

ⓐ $(3,\ 12)$

ⓑ $(-1,\ -1)$

ⓒ $(2,\ 3)$

ⓓ $(-2,\ 22)$

الحل:

$$f(2) = 3(4) - 5(2) + 1 = 3$$

$$f(-2) = 23 \text{ ، } f(-1) = 9 \text{ ، } f(3) = 13$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(9) تكون الدالة $f(x) = (a^2-4)x^2 - (a-2)x + 5$ دالة تربيعية لكل a تنتمي إلى:

ⓐ $\mathbb{R}$

ⓑ $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$

ⓒ $\mathbb{R} - \{2\}$

ⓓ $\mathbb{R} - \{-2\}$

الحل:

شرط الدالة التربيعية: $a^2 - 4 \neq 0$

$$a \in \mathbb{R} - \{-2, 2\} \text{ ، } a^2 \neq 4 \Rightarrow a \neq \pm 2$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

البند (2-3) – الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

(1) المعادلة $y = 2x^2 - 2(3 - x)^2$ تمثل معادلة قطع مكافئ.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$y = 2x^2 - 2(9 - 6x + x^2) = 12x - 18$$

دالة خطية تمثل مستقيماً وليس قطعاً مكافئاً

العبارة خاطئة

(2) القطع المكافئ $y = -\frac{1}{3}(x + 2)^2 - 3$ فتحته إلى الأعلى.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$a = -\frac{1}{3} < 0$$

إذن فتحته إلى الأسفل

العبارة خاطئة

(3) المعادلة $y = 2(x - 1)^2 + 2$ يكون بيانها أكثر اتساعًا من بيان الدالة $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$|2| > \left|\frac{1}{2}\right|$$

إذن بيان $y = 2(x - 1)^2 + 2$ أكثر ضيقاً

العبارة خاطئة

(4) توجد عند رأس منحنى الدالة $y = -(x - 3)^2 - 2$ قيمة عظمى.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$a = -1 < 0$ الفتحة إلى الأسفل

إذن للدالة قيمة عظمى -2 عند الرأس $(3, -2)$

العبارة صحيحة

(5) منحنى القطع المكافئ $y=(-x+2)^2+3$ يمر بالنقطة $P(2,\ 3)$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$y=(-2+2)^2+3=3$$

إذن النقطة $(2,3)$ تقع على المنحنى

العبارة صحيحة

(6) الدالة $y=a(3-x)^2-2$ يكون رسمها أوسع من رسم بيان الدالة $y=-2x^2$ إذا كان:

ⓐ $|a|=2$ ⓑ $|a|>2$

ⓒ $a<2$ ⓓ $|a|<2$

الحل:

$y=a(x-3)^2-2$ ، يكون البيان أوسع عندما $|a|<|-2|$

$|a|<2$ (مع $a\neq 0$)

الإجابة الصحيحة:
(d)

(7) معادلة القطع المكافئ $y=2x^2$ الذي تم إزاحة رأسه وحدتين يسارًا و 4 وحدات لأعلى هي:

ⓐ $y=(2x+2)^2+4$ ⓑ $y=2(x-2)^2+4$

ⓒ $y=2(x+2)^2+4$ ⓓ $y=2(x+2)^2-4$

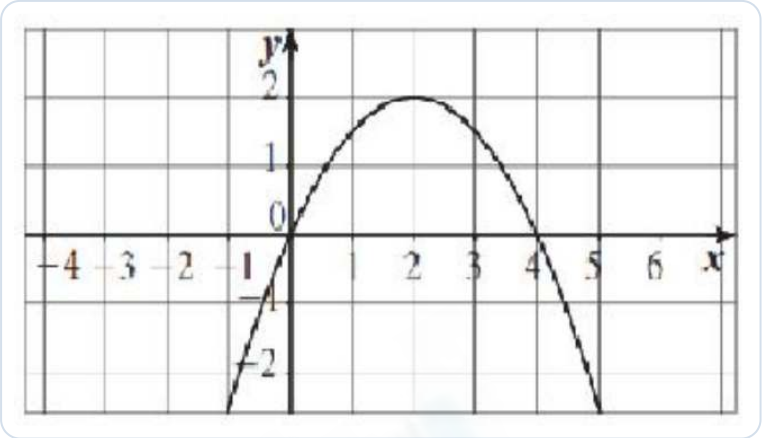
الحل:

إزاحة وحدتين يساراً: $x\to x+2$ ، و 4 لأعلى: $+4$

$$y=2(x+2)^2+4$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(8) الشكل أدناه يمثل منحنى قطع مكافئ معادلته هي:



ⓐ $y = (x-2)^2 + 2$

ⓑ $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

ⓒ $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$

ⓓ $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

الحل:

الرأس $(2,2)$ والفتحة للأسفل: $y = a(x-2)^2 + 2$ ، $a < 0$

يمر بـ $(0,0)$: $0 = 4a + 2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(9) القطع المكافئ $y = a(x-h)^2 + k$ يقطع المحورين على الأكثر في:

ⓐ نقطة

ⓑ نقطتين

ⓒ 3 نقاط

ⓓ 4 نقاط

الحل:

يقطع محور الصادات في نقطة واحدة

ويقطع محور السينات في نقطتين على الأكثر، المجموع 3 نقاط

الإجابة الصحيحة:
(c)

(10) القيمة الصغرى للدالة $y = \frac{1}{3}(3-x)^2 - 2$ هي عند النقطة:

ⓐ $(3, -2)$ ⓑ $(-3, 2)$

ⓒ $(-3, -2)$ ⓓ $(3, 2)$

الحل:

$$a = \frac{1}{3} > 0 \, , \, y = \frac{1}{3}(x-3)^2 - 2$$

الرأس $(3, -2)$ نقطة القيمة الصغرى

الإجابة الصحيحة:
(a)

البند (2-5) – المعكوسات ودوال الجذور التربيعية

(1) إذا كانت النقطة $M(x,\ y)$ تنتمي لبيان الدالة f فإن النقطة $N(y,\ x)$ تنتمي لبيان معكوس هذه الدالة.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

المعكوس ينتج بتبديل الإحداثيين

$$(x, y) \in f \Rightarrow (y, x) \in f^{-1}$$

العبارة صحيحة

(2) إذا كانت $g(x) = x - 1$, $f(x) = x + 1$ فإن الدالتين كل منهما معكوس للأخرى.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$f(g(x)) = (x-1) + 1 = x$$

$$g(f(x)) = (x+1) - 1 = x$$

العبارة صحيحة

(3) المستقيم $y = x$ هو خط انعكاس لبيان دالة f وبيان معكوسها.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

بيان المعكوس هو انعكاس بيان f حول المستقيم $y = x$

العبارة صحيحة

(4) إذا مر بيان دالة بنقطة الأصل فإن بيان معكوسها يمر أيضًا بنقطة الأصل.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$(0,0) \in f \Rightarrow (0,0) \in f^{-1}$ (تبديل الإحداثيين)

العبارة صحيحة

(5) لا يتغير مجال دالة الجذر التربيعي بعد إزاحة بيانها 3 وحدات يمينًا.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

مجال $y = \sqrt{x}$ هو $[0, \infty)$

بعد الإزاحة: $y = \sqrt{x-3}$ مجالها $[3, \infty)$ ، إذن يتغير

العبارة خاطئة

(6) إذا انتمت النقطة $A(2,\ 3)$ إلى بيان دالة فإن النقطة التي تنتمي إلى بيان معكوس تلك الدالة هي:

ⓐ $(-2,\ 3)$ ⓑ $(2,\ -3)$

ⓒ $(3,\ -2)$ ⓓ $(3,\ 2)$

الحل:

بتبديل الإحداثيين: $(2,3) \rightarrow (3,2)$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(7) بيان الدالة $y = \sqrt{x+2} - 2$ هو انسحاب لبيان الدالة $y = \sqrt{x}$:

ⓐ وحدتين إلى اليسار ووحدتين للأعلى

ⓑ وحدتين إلى اليسار ووحدتين للأسفل

ⓒ وحدتين إلى اليمين ووحدتين للأعلى

ⓓ وحدتين إلى اليمين ووحدتين للأسفل

الحل:

$x + 2$: وحدتين إلى اليسار

-2: وحدتين للأسفل

الإجابة الصحيحة:
(b)

(8) معكوس الدالة $y = x^2 + 2$ هو:

ⓐ $y = \sqrt{x-2}$

ⓑ $y = -\sqrt{x-2}$

ⓒ $y = \pm\sqrt{x-2}$

ⓓ ليس أيًا مما سبق صحيحًا

الحل:

بتبديل x و y: $x = y^2 + 2 \Rightarrow y^2 = x - 2$

$y = \pm\sqrt{x-2}$ (المعكوس ليس دالة)

الإجابة الصحيحة:
(c)

(9) معكوس الدالة $y = 5x - 1$ هو:

ⓐ $y = 5x + 1$

ⓑ $y = \dfrac{x+1}{5}$

ⓒ $y = \dfrac{x}{5} + 1$

ⓓ $y = \dfrac{x}{5} - 1$

الحل:

بتبديل x و y: $x = 5y - 1$

$$5y = x + 1 \Rightarrow y = \frac{x+1}{5}$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(10) مجال معكوس الدالة $y = \sqrt{x+3} - 1$ هو:

ⓐ $\mathbb{R}$ ⓑ $(-1, \infty)$

ⓒ $(-\infty, 1)$ ⓓ $[-1, \infty)$

الحل:

مجال المعكوس = مدى الدالة

$\sqrt{x+3} \geq 0 \Rightarrow y \geq -1$ ، المدى $= [-1, \infty)$

الإجابة الصحيحة:
(d)

البند (2-6) – حل المتباينات

(1) مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2 > 0$ هي $\mathbb{R}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

عند $x = -3$: $(0)^2 = 0 \not> 0$

مجموعة الحل $= \mathbb{R} - \{-3\}$

العبارة خاطئة

(2) كل x ينتمي للفترة $(0, \infty)$ هو حل للمتباينة $\dfrac{x-1}{x^2-x} \geq 0$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

المقام $x^2 - x = x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0$ أو $x = 1$

$x = 1 \in (0, \infty)$ يجعل المتباينة غير معرّفة ، إذن ليس حلاً

العبارة خاطئة

(3) مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2+2<1$ هي المجموعة الخالية ϕ

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$(x+3)^2<-1$$

مربع أي عدد ≥ 0 ، إذن مجموعة الحل $=\phi$

العبارة صحيحة

(4) مجموعة حل المتباينة $\frac{x+2}{x+1}\geq 1$ هي $(-1,\infty)$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\frac{x+2}{x+1}-1\geq 0\Rightarrow \frac{1}{x+1}\geq 0$$

$$x+1>0\Rightarrow x>-1$$ ، مجموعة الحل $=(-1,\infty)$

العبارة صحيحة

(5) مجموعة حل المتباينة $(-x-3)^2<0$ هي $\{3\}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$(-x-3)^2=(x+3)^2\geq 0$$ لكل x

مجموعة الحل $=\phi$

العبارة خاطئة

(6) المعادلة المناظرة للمتباينة $-3(x+1)\left(x+\frac{1}{3}\right) \leq 2$ هي:

ⓐ $-3x^2+2x-\frac{5}{3}=0$

ⓑ $x^2+\frac{4}{3}x+1=0$

ⓒ $-3x^2+4x-3=0$

ⓓ $-3x^2+2x+1=0$

الحل:

$$-3\left(x^2+\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}\right)-2\leq 0 \Rightarrow -3x^2-4x-3\leq 0$$

المعادلة المناظرة: $-3x^2-4x-3=0$ ، بالقسمة على -3: $x^2+\frac{4}{3}x+1=0$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(7) إن مجموعة حل المتباينة $(1-2x)(4+5x)<0$ هي:

ⓐ $\left(-\frac{4}{5},\frac{1}{2}\right)$

ⓑ $\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)\cup\left(\frac{1}{2},\infty\right)$

ⓒ $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{4}{5},\infty\right)$

ⓓ $\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)\cup\left(-\frac{1}{2},\infty\right)$

الحل:

الأصفار: $x=\frac{1}{2}$ ، $x=-\frac{4}{5}$ ومعامل x^2 هو $-10<0$

المقدار سالب خارج الصفرين: $\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)\cup\left(\frac{1}{2},\infty\right)$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(8) إن مجموعة حل المتباينة $\frac{(x^2+1)(x-3)}{x-3}>0$ هي:

ⓐ $\mathbb{R}$

ⓑ $\mathbb{R}^*$

ⓒ $\mathbb{R}-\{3\}$

ⓓ $\mathbb{R}-\{0,3\}$

الحل:

المقام: $x\neq 3$ ، وعندها المقدار $x^2+1>0$ دائماً

مجموعة الحل $=\mathbb{R}-\{3\}$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(9) المتباينة التي مجموعة حلها $[-2,\ 3]$ هي:

ⓐ $x^2 - x - 6 < 0$

ⓑ $x^2 - x - 6 \leq 0$

ⓒ $x^2 - x - 6 > 0$

ⓓ $x^2 - x - 6 \geq 0$

الحل:

$x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$ أصفاره $3\ ،\ -2$

سالب أو صفر بين الصفرين: $x^2 - x - 6 \leq 0$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(10) مجموعة حل المتباينة $x^2 + |x| > 0$ هي:

ⓐ $\mathbb{R}$

ⓑ $(0,\ \infty)$

ⓒ $\mathbb{R} - \{0\}$

ⓓ ليس أيًا مما سبق صحيحًا

الحل:

$x^2 \geq 0\ ،\ |x| \geq 0$ والمجموع $= 0$ فقط عند $x = 0$

مجموعة الحل $= \mathbb{R} - \{0\}$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(11) إذا كانت $f(x) = \dfrac{x(x+1)}{(2x-3)(3x+2)}$ فإن قيم x التي تجعل f غير معرّفة هي:

ⓐ $\left\{\dfrac{2}{3}, -\dfrac{3}{2}\right\}$

ⓑ $\left\{\dfrac{-2}{3}, \dfrac{3}{2}\right\}$

ⓒ $\left\{\dfrac{2}{3}, \dfrac{3}{2}\right\}$

ⓓ $\left\{\dfrac{-2}{3}, -\dfrac{3}{2}\right\}$

الحل:

أصفار المقام: $2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{3}{2}$

$3x + 2 = 0 \Rightarrow x = -\dfrac{2}{3}$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(12) مجموعة حل المعادلة $x^2+|x|-2=0$ هي:

ⓐ $\{1,-2\}$ ⓑ $\{-1,2\}$

ⓒ $\{-1,1\}$ ⓓ $\{-2,2\}$

الحل:

$$|x|^2+|x|-2=0 \Rightarrow (|x|+2)(|x|-1)=0$$

$$|x|=1 \Rightarrow x=\pm 1 \text{ ، مرفوض } |x|=-2$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(13) إذا كانت $f(x)=-3x^2+x-\frac{1}{12}$ فإن قيم x التي تجعل $f(x)$ غير موجبة ولا تساوي الصفر هي:

ⓐ $(-\infty,0)$ ⓑ $(0,\infty)$

ⓒ $\left\{\frac{1}{6}\right\}$ ⓓ $\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{6}\right\}$

الحل:

$$f(x)=-3\left(x^2-\frac{1}{3}x+\frac{1}{36}\right)=-3\left(x-\frac{1}{6}\right)^2$$

$$f(x)<0 \text{ لكل } x\neq\frac{1}{6} \text{ ، مجموعة الحل } =\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{6}\right\}$$

الإجابة الصحيحة:
(d)

البند (1-3) – دوال القوى ومعكوساتها

(1) $y=\sqrt{x^4}$ دالة قوى

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$y=\sqrt{x^4}=x^2$$

على الصورة $y=ax^n$ إذن دالة قوى

العبارة صحيحة

(2) $f : [-3,3] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^5$ دالة فردية

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

المجال $[-3,3]$ متماثل

$$f(-x) = (-x)^5 = -x^5 = -f(x)$$

العبارة صحيحة

(3) $y = x\sqrt{x}$ دالة زوجية

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

المجال $[0,\infty)$ غير متماثل حول الصفر

إذن الدالة ليست زوجية

العبارة خاطئة

(4) $y = (x+4)^2$ دالة زوجية

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$f(-x) = (-x+4)^2 = (x-4)^2 \neq f(x)$$

مثلاً $f(-1) = 9$ ، $f(1) = 25$

العبارة خاطئة

(5) المستقيم الذي معادلته $y = x$ هو خط تناظر بين النقاط التي تمثل العلاقة r والنقاط التي تمثل معكوسها.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$(a,b) \in r \Rightarrow (b,a) \in r^{-1}$$

والنقطتان متناظرتان حول المستقيم $y = x$

العبارة صحيحة

(6) معكوس دالة القوى $y = 0.2x^4$ هو:

ⓐ $y = \sqrt[4]{\dfrac{x}{0.2}}$

ⓑ $y = \pm\sqrt[4]{\dfrac{x}{0.2}}$

ⓒ $y = \pm\sqrt[4]{\dfrac{x}{2}}$

ⓓ $y = -\sqrt[4]{5x}$

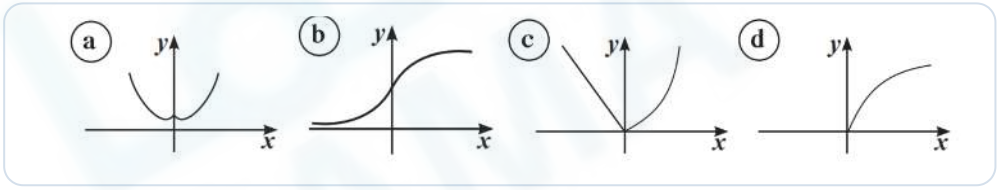
الحل:

نبدل x, y : $x = 0.2y^4$

$$y^4 = \frac{x}{0.2} \Rightarrow y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(7) أي مما يلي تمثل دالة زوجية.



ⓐ البيان **(a)**

ⓑ البيان **(b)**

ⓒ البيان **(c)**

ⓓ البيان **(d)**

الحل:

بيان الدالة الزوجية متماثل حول محور الصادات $x = 0$

البيان

(a) فقط متماثل حول محور الصادات

الإجابة الصحيحة:
(a)

(8) الدالة $y = 4.9t^2$ دالة زوجية إذا كان مجالها:

ⓐ $[-4, 4)$ ⓑ $[-4, 2)$

ⓒ $[-2, 2]$ ⓓ $[0, \infty)$

الحل:

$$f(-t) = 4.9(-t)^2 = f(t)$$

ويجب أن يكون المجال متماثلاً حول الصفر: $[-2, 2]$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(9) إذا كانت $f : [-4, 4] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3}{64}$ فإن مجال f^{-1} هو:

ⓐ $\mathbb{R}$ ⓑ $\mathbb{R}^+$

ⓒ $[-4, 4]$ ⓓ $[-1, 1]$

الحل:

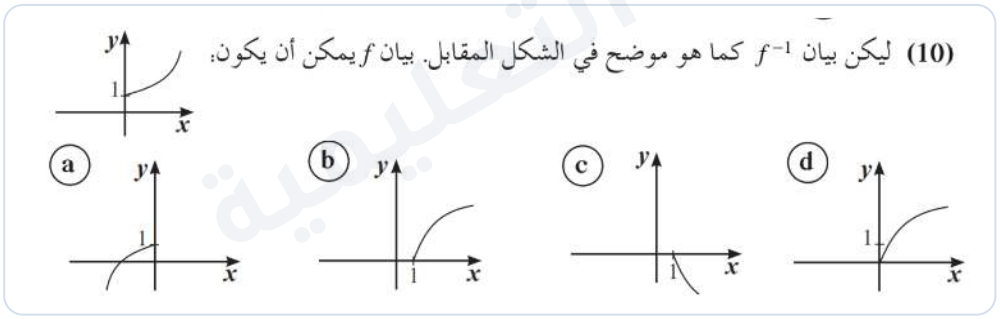
مجال f^{-1} = مدى f

$f(-4) = \frac{-64}{64} = -1$ ، $f(4) = \frac{64}{64} = 1$ ، f متزايدة

مدى $f = [-1, 1]$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(10) ليكن بيان f^{-1} كما هو موضح في الشكل المقابل. بيان f يمكن أن يكون:



ⓐ البيان **(a)**

ⓑ البيان **(b)**

ⓒ البيان **(c)**

ⓓ البيان **(d)**

الحل:

بيان f^{-1} يمر بالنقطة $(0,1)$

إذن بيان f يمر بالنقطة $(1,0)$ (انعكاس حول $y=x$) وهو متزايد

الإجابة الصحيحة:
(b)

(11) اختر لكل سؤال من القائمة (1) ما يناسبه من القائمة (2): بيان دالة زوجية متماثل حول:

ⓐ المستقيم الذي معادلته $x=0$

ⓑ المستقيم الذي معادلته $y=0$

ⓒ المستقيم الذي معادلته $y=x$

ⓓ نقطة الأصل

الحل:

$$f(-x)=f(x)$$

إذن البيان متماثل حول محور الصادات $x=0$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(12) اختر لكل سؤال من القائمة (1) ما يناسبه من القائمة (2): بيان دالة فردية متماثل حول:

ⓐ المستقيم الذي معادلته $x=0$

ⓑ المستقيم الذي معادلته $y=0$

ⓒ المستقيم الذي معادلته $y=x$

ⓓ نقطة الأصل

الحل:

$$f(-x)=-f(x)$$

إذن البيان متماثل حول نقطة الأصل

الإجابة الصحيحة:
(d)

البند (2-3) – الدوال الحدودية

(1) كثيرة الحدود $f(x) = ax^3 + (a+2)x^2 + 5 \ , \ \forall a \in \mathbb{R}$ هي من الدرجة الثالثة.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

عندما $a = 0 : f(x) = 2x^2 + 5$

من الدرجة الثانية

العبارة خاطئة

(2) المعامل الرئيسي لكثيرة الحدود $f(x) = 2x^5 - 3x^3(1 - x^2)$ هو 2

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$f(x) = 2x^5 - 3x^3 + 3x^5 = 5x^5 - 3x^3$$

المعامل الرئيسي $= 5$

العبارة خاطئة

(3) كثيرة الحدود $(x+1)(1-x^2)^3$ هي من الدرجة السابعة.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

الدرجة $= 2 \times 3 + 1 = 7$

العبارة صحيحة

(4) إذا كانت الدالة الحدودية من الدرجة n فإن لها n حدًّا.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

مثلاً $f(x) = x^3$ من الدرجة الثالثة ولها حد واحد

العبارة خاطئة

(5) $(x+1)^3$ يساوي:

ⓐ x^3+1 ⓑ $(x+1)(x^2+x+1)$

ⓒ x^3+3x^2+3x+1 ⓓ x^3+x^2+x+1

الحل:

$$(x+1)^3 = x^3+3x^2+3x+1$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(6) أي مما يلي يساوي $2x^4-3x+6$ ؟

ⓐ $(x^4-2x^2+3)-(x^4-x^2-9)$ ⓑ $2x^4-3(x+6)$

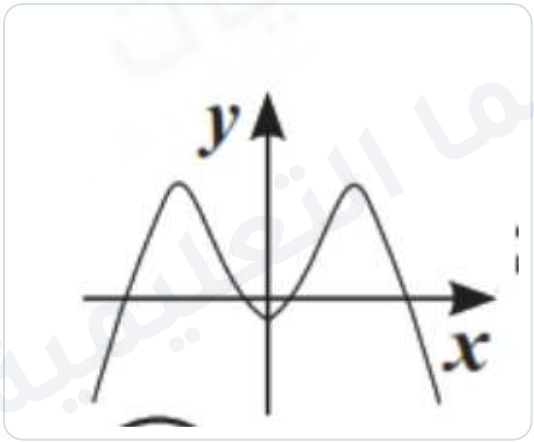
ⓒ $(3x^4-x+3)+(3-2x-x^4)$ ⓓ $x(2x^3-3x)+6$

الحل:

$$(3x^4-x+3)+(3-2x-x^4)$$
$$= 3x^4-x^4-x-2x+3+3 = 2x^4-3x+6$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(7) سلوك نهاية الدالة (المرسوم بيانها في الشكل) هو:



ⓐ $(\nwarrow, \nearrow)$ ⓑ $(\swarrow, \searrow)$

ⓒ $(\swarrow, \nearrow)$ ⓓ $(\nwarrow, \searrow)$

الحل:

طرفا البيان يتجهان إلى أسفل

(الدرجة زوجية والمعامل الرئيسي سالب)

الإجابة الصحيحة:
(b)

(8) اختر لكل سؤال من القائمة (1) ما يناسبه من القائمة (2): سلوك نهاية الدالة: $f(x) = x^4 - 2x^5$

ⓐ $(\nwarrow, \nearrow)$ ⓑ $(\swarrow, \searrow)$

ⓒ $(\swarrow, \nearrow)$ ⓓ $(\nwarrow, \searrow)$

الحل:

الحد الرئيسي $-2x^5$: الدرجة فردية والمعامل سالب

الإجابة الصحيحة:
(d)

(9) اختر لكل سؤال من القائمة (1) ما يناسبه من القائمة (2): سلوك نهاية الدالة: $g(x) = 2x + x^3 + 5$

ⓐ $(\nwarrow, \nearrow)$ ⓑ $(\swarrow, \searrow)$

ⓒ $(\swarrow, \nearrow)$ ⓓ $(\nwarrow, \searrow)$

الحل:

الحد الرئيسي x^3 : الدرجة فردية والمعامل موجب

الإجابة الصحيحة:
(c)

(10) اختر لكل سؤال من القائمة (1) ما يناسبه من القائمة (2): سلوك نهاية الدالة: $f(x) = -x^6 + 7x$

ⓐ $(\nwarrow, \nearrow)$ ⓑ $(\swarrow, \searrow)$

ⓒ $(\swarrow, \nearrow)$ ⓓ $(\nwarrow, \searrow)$

الحل:

الحد الرئيسي $-x^6$: الدرجة زوجية والمعامل سالب

الإجابة الصحيحة:
(b)

(11) اختر لكل سؤال من القائمة (1) ما يناسبه من القائمة (2): سلوك نهاية الدالة: $g(x)=\frac{1}{2}x^4-2$

ⓐ $(\nwarrow,\nearrow)$ ⓑ $(\swarrow,\searrow)$

ⓒ $(\swarrow,\nearrow)$ ⓓ $(\nwarrow,\searrow)$

الحل:

الحد الرئيسي $\frac{1}{2}x^4$: الدرجة زوجية والمعامل موجب

الإجابة الصحيحة:
(a)

البند (3-3) – العوامل الخطية لكثيرات الحدود

(1) إذا كانت f تقبل القسمة على $(2x+3)$ فإن $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$2x+3=0\Rightarrow x=-\frac{3}{2}$$

$$f\left(-\frac{3}{2}\right)=0 \text{ إذن}$$

العبارة خاطئة

(2) إذا كانت $(x+2)$ عامل من عوامل الحدودية g فإن $g(-2)=0$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

g صفر للحدودية $x+2=0\Rightarrow x=-2$

العبارة صحيحة

(3) إذا قبلت $f(x)=x^4-2x^2+k+1$ القسمة على x فإن $k=-1$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$f(0)=0$$

$$k+1=0\Rightarrow k=-1$$

العبارة صحيحة

(4) باقي قسمة حدودية من الدرجة n على حدودية من الدرجة الأولى هو عدد ثابت.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

درجة الباقي أقل من درجة المقسوم عليه (الأولى)

إذن الباقي عدد ثابت

العبارة صحيحة

(5) $(x+1)$ عامل من عوامل الحدودية: $p(x)=x^3-x^2-2x$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$p(-1)=-1-1+2=0$$

العبارة صحيحة

(6) إذا كان $x=-2a$ صفر من أصفار كثيرة حدود فإن أحد عواملها هو:

ⓐ $(x-2a)$ ⓑ $(2x+a)$

ⓒ $(2x-a)$ ⓓ $(x+2a)$

الحل:

$$x=-2a \Rightarrow x+2a=0$$

العامل $(x+2a)$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(7) أي من المقادير التالية إذا ضرب في $(x-1)$ يصبح الناتج كثيرة حدود تكعيبية ثلاثية:

ⓐ $(x-1)^2$ ⓑ x^2-x

ⓒ x^2-1 ⓓ x^2+1

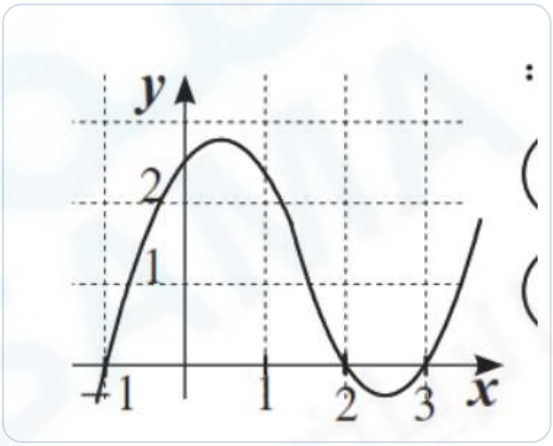
الحل:

$$(x-1)(x^2-x)=x^3-2x^2+x$$

من الدرجة الثالثة وثلاثة حدود

الإجابة الصحيحة:
(b)

(8) ليكن بيان f كما في الشكل المرسوم فإن مجموعة حل المعادلة $f(x)=0$ هي:



ⓐ $\{-1,2,3\}$ ⓑ $\{1,-2,-3\}$

ⓒ $\{-1,0,2,3\}$ ⓓ $\{0\}$

الحل:

البيان يقطع محور السينات عند $x=-1\ ,\ 2\ ,\ 3$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(9) شبه مكعب أبعاده $3x$, $2x-3$, $2x+3$ فتكون دالة الحجم $f(x)$ تساوي:

(a) $4x^2-9$
(b) $3x(4x^2+9)$
(c) $12x^2-9x$
(d) $12x^3-27x$

الحل:

$$f(x)=3x(2x+3)(2x-3)=3x(4x^2-9)$$
$$=12x^3-27x$$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(10) قيمة k التي تجعل $(x-1)$ عاملاً من عوامل $f(x)=(x^2+x-2)+2k$ هي:

(a) 1
(b) 2
(c) 0
(d) $\frac{1}{2}$

الحل:

$$f(1)=0$$
$$1+1-2+2k=0\Rightarrow 2k=0\Rightarrow k=0$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(11) $f(x)=x^3-x$ تقبل القسمة على $x-k$ إذا كان k ينتمي إلى المجموعة:

(a) $\{0\}$
(b) $\{-1\}$
(c) $\{1\}$
(d) $\{0,-1,1\}$

الحل:

$$x^3-x=x(x-1)(x+1)=0$$
$$x=0\ ,\ 1\ ,\ -1$$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(12) إذا كانت $f(x)$ تقبل القسمة على $(x-2)^2$ فإن:

ⓐ $x=2$ صفر من أصفار الدالة f

ⓑ $x=2$ صفر مكرر من أصفار الدالة f

ⓒ $x=-2$ صفر من أصفار الدالة f

ⓓ $x=-2$ صفر مكرر من أصفار الدالة f

الحل:

$(x-2)^2$ عامل مكرر مرتين

إذن $x=2$ صفر مكرر

الإجابة الصحيحة:
(b)

(13) $x+m$ عامل من عوامل:

ⓐ $f(x)=x^2+m$

ⓑ $f(x)=x^3+mx$

ⓒ $f(x)=x^3+mx^2$

ⓓ $f(x)=x^2+m^2$

الحل:

نعوض $x=-m$:

$$f(-m)=(-m)^3+m(-m)^2=-m^3+m^3=0$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

البند (4-3) – قسمة كثيرات الحدود

(1) إذا كان باقي قسمة كثيرة الحدود $f(x)$ على $(x+\alpha)$ يساوي صفرًا فإن α عامل من عوامل f

ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

الحل:

الباقي صفر يعني $(x+\alpha)$ هو العامل

و $-\alpha$ صفر للدالة وليس α عاملاً

العبارة خاطئة

(2) الدالة $f(x) = (x-2)^2 - 1$ تقبل القسمة على $(x-1)$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$f(1) = (1-2)^2 - 1 = 0$$

العبارة صحيحة

(3) باقي قسمة $(x^3 + a^3)$ على $(x-a)$ هو $2a^3$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\text{الباقي } f(a) = a^3 + a^3 = 2a^3$$

العبارة صحيحة

(4) ناتج قسمة حدودية من الدرجة n حيث $n \geq 2$ على حدودية من الدرجة الثانية تكون حدودية من الدرجة $(n-2)$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\text{درجة الناتج = درجة المقسوم – درجة المقسوم عليه } = n - 2$$

العبارة صحيحة

(5) ناتج قسمة حدودية من الدرجة السادسة على حدودية من الدرجة الثالثة تكون حدودية من الدرجة الثانية.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\text{درجة الناتج } = 3 = 6 - 3$$

العبارة خاطئة

(6) باقي قسمة $f(x)$ على $g(x) = x - k$ هو:

(a) $g(k)$

(b) $f(k)$

(c) $f(-k)$

(d) $-k$

الحل:

نظرية الباقي: الباقي $= f(k)$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(7) باقي قسمة $(x^4 + 2)$ على $(x - 3)$ هو:

(a) 3

(b) 27

(c) 81

(d) 83

الحل:

الباقي $= f(3) = 3^4 + 2 = 83$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(8) ناتج قسمة $(2x^4 - 8x^2)$ على $(x + 2)$ يساوي:

(a) $2x^3 - 4x^2$

(b) $2x^3 - 8x^2$

(c) $x^3 - 4x^2$

(d) $2x^3 - 4x^2 + 2x$

الحل:

$$2x^4 - 8x^2 = 2x^2(x - 2)(x + 2)$$

الناتج $= 2x^2(x - 2) = 2x^3 - 4x^2$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(9) إذا كان 0 هو باقي قسمة $f(x)=2x^3-4x^2+kx-1$ على $(x+1)$ فإن k تساوي:

(a) 7
(b) -7
(c) -3
(d) 3

الحل:

$$f(-1)=0$$

$$-2-4-k-1=0 \Rightarrow -7-k=0 \Rightarrow k=-7$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(10) إذا كان باقي قسمة $f(x)=x^4-kx^2+x-k$ على $(x-1)$ هو 3 فإن k تساوي:

(a) $\frac{1}{2}$
(b) 3
(c) $-\frac{1}{2}$
(d) $\frac{5}{2}$

الحل:

$$f(1)=3$$

$$1-k+1-k=3 \Rightarrow -2k=1 \Rightarrow k=-\frac{1}{2}$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(11) إذا كان $f(3)=f(0)=f(-1)=-2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون:

(a) x^3-x^2+3x-2
(b) x^3-2x^2-3x
(c) $2x^3-2x^2-3x-2$
(d) $2x^3-4x^2-6x-2$

الحل:

$f(0)=-2$ يستبعد

(b)

(d) : $f(-1)=-2-4+6-2=-2$ ، $f(3)=54-36-18-2=-2$

الإجابة الصحيحة:
(d)

البند (3-5) – حل معادلات كثيرات الحدود

(1) مجموعة حل المعادلة $9x^2+16=0$ هي $\left\{-\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right\}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$9x^2=-16\Rightarrow x^2=-\frac{16}{9}$$ مستحيلة في $\mathbb{R}$

مجموعة الحل $=\emptyset$

العبارة خاطئة

(2) مجموعة حل المعادلة $2x^3+2=0$ ، $x\in\mathbb{R}$ هي مجموعة أحادية.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$x^3=-1\Rightarrow x=-1$$

مجموعة الحل $=\{-1\}$

العبارة صحيحة

(3) إذا كانت $2k$ تنتمي إلى مجموعة حل المعادلة $(4x^2+1)\left(\frac{x^2}{4}-1\right)=0$ فإن $k\in\{-1,1\}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\frac{x^2}{4}=1\Rightarrow x=\pm2\ ،\ 4x^2+1\neq0$$

$$2k=\pm2\Rightarrow k=\pm1$$

العبارة صحيحة

(4) إن $\{1\}$ هي مجموعة حل المعادلة $3x^4+12x^2-15=0$

ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

الحل:

$$3(x^2+5)(x^2-1)=0 \Rightarrow x^2=1$$

$$\text{مجموعة الحل} = \{-1,1\}$$

العبارة خاطئة

(5) $\frac{2}{3}$ يمكن أن يكون صفرًا للحدودية $f(x)=2x^3+bx^2+cx-3$ حيث $b,c\in\mathbb{R}$

ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

الحل:

$$q:\pm1,\pm2\ ،\ p:\pm1,\pm3$$

الأصفار النسبية الممكنة: $\pm1,\pm3,\pm\frac{1}{2},\pm\frac{3}{2}$ ليس منها $\frac{2}{3}$

العبارة خاطئة

(6) 5 يمكن أن يكون صفرًا من أصفار الحدودية $f(x)$ تساوي:

ⓐ ax^3+x^4+5

ⓑ x^5-1

ⓒ $5x^3+6x-1$

ⓓ $(x+5)(x^2+25)$

الحل:

(a) : $f(5)=125a+625+5=0$ ممكنة عندما $a=-\frac{126}{25}$

وبقية الخيارات: $f(5)\neq 0$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(7) أي قيمة مما يلي ليست حلاً للمعادلة: $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

(a) -1 (b) -3

(c) 3 (d) 2

الحل:

$$(x^2 - 1)(x^2 - 9) = 0$$

$x = \pm 1 \ , \ \pm 3$ إذن 2 ليست حلاً

الإجابة الصحيحة:
(d)

(8) إذا كان $f(m) = f(n) = f(-1) = 0$ فإن f ممكن أن تكون:

(a) $f(x) = (x-1)(x+m)(x+n)$ (b) $f(x) = (x-1)(x-m)^2(x-n)$

(c) $f(x) = (x+1)(x-m)(x-n)^2$ (d) $f(x) = (x+1)(x-mn)$

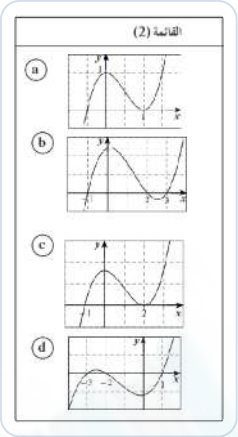
الحل:

$m \ , \ n \ , \ -1$ أصفار f

العوامل $(x+1) \ , \ (x-m) \ , \ (x-n)$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(9) اختر لكل سؤال من القائمة (1) ما يناسبه من القائمة (2): مجموعة حل $f(x) = 0$ هي $\{-1, 2, 3\}$ $\therefore$ بيان الدالة f يمكن أن يكون:



البيان (a) ⓐ

البيان (b) ⓑ

البيان (c) ⓒ

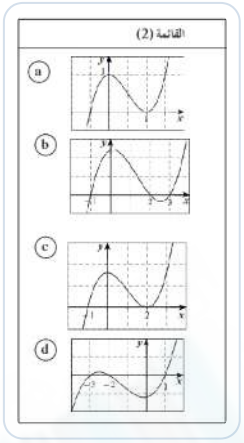
البيان (d) ⓓ

الحل:

البيان يقطع محور السينات عند $3\ ,\ 2\ ,\ -1$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(10) اختر لكل سؤال من القائمة (1) ما يناسبه من القائمة (2): مجموعة حل $f(x) = 0$ هي $\{-1, 2\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون:



ⓐ البيان **(a)**

ⓑ البيان **(b)**

ⓒ البيان **(c)**

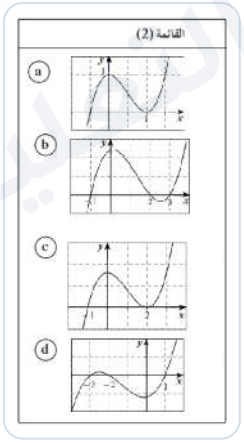
ⓓ البيان **(d)**

الحل:

البيان يقطع محور السينات عند -1 ويمس عند 2

الإجابة الصحيحة:
(c)

(11) اختر لكل سؤال من القائمة (1) ما يناسبه من القائمة (2): مجموعة حل $f(x) = 0$ هي $\{1, -2, -3\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون:



ⓐ البيان **(a)**

ⓑ البيان **(b)**

ⓒ البيان
(c)

ⓓ البيان
(d)

الحل:

البيان يقطع محور السينات عند $1\ ,\ -2\ ,\ -3$

الإجابة الصحيحة:
(d)

البند (1-4) – استكشاف النماذج الأسية

(1) الدالة $y = 3(2)^x$ تمثل تضاؤلاً أسيًّا.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$b = 2 > 1$$

إذن تمثل نمواً أسياً

العبارة خاطئة

(2) الدالة $y = 2\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$ تمثل نموًّا أسيًّا.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$y = 2\left(\frac{1}{3}\right)^{-x} = 2(3)^x$$

$b = 3 > 1$ نمو أسي

العبارة صحيحة

(3) عامل النمو للدالة $y = \frac{1}{3}(2)^{2x}$ هو 2

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

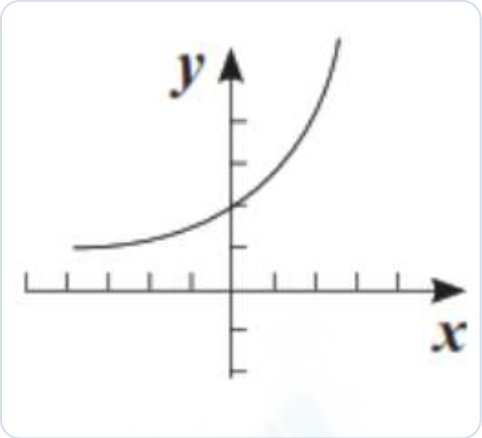
الحل:

$$y = \frac{1}{3}(2^2)^x = \frac{1}{3}(4)^x$$

عامل النمو $= 4$

العبارة خاطئة

(4) إذا كان بيان الدالة $y = b^x$ كما في الشكل المقابل فإن $b > 1$



ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

البيان متزايد

إذن $b > 1$

العبارة صحيحة

(5) عامل النمو للدالة $y = \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right)^x$ هو:

ⓐ $\frac{1}{3}$ ⓑ $\frac{1}{9}$

ⓒ 3 ⓓ 9

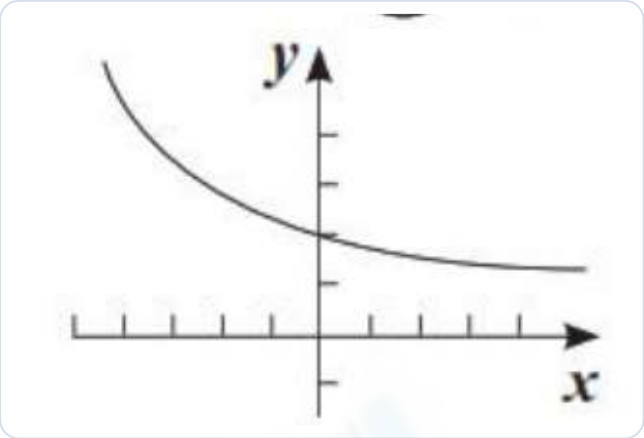
الحل:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 9$$

عامل النمو $y = 9^x$ $= 9$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(6) ليكن بيان الدالة: $y = 2b^x$ كما في الشكل المقابل فإن b يمكن أن تساوي:



(a) -2 (b) 0

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 2

الحل:

البيان متناقص

إذن $0 < b < 1$ ، $b = \frac{1}{2}$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(7) الدالة الأسية $y = ab^x$ تنمذج التزايد السكاني، إذا كان معدل التزايد السكاني في مدينة ما هو 2.5% فإن عامل النمو يساوي:

(a) 0.025 (b) 1.25

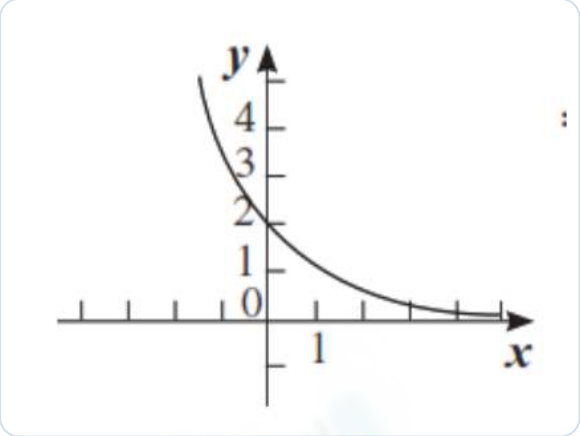
(c) 1.025 (d) 3.5

الحل:

$$b = 1 + r = 1 + 0.025 = 1.025$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(8) أي من الدوال الأسية التالية يمكن أن يمثلها الرسم البياني المقابل:



ⓐ $y = \frac{1}{3}(2)^x$

ⓑ $y = 2\left(\frac{1}{3}\right)^x$

ⓒ $y = -3(2)^x$

ⓓ $y = -2(3)^x$

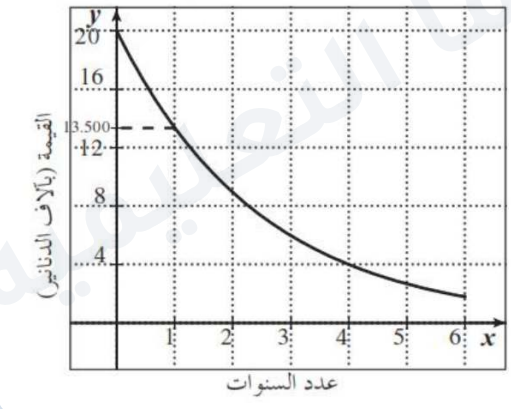
الحل:

البيان متناقص $(0 < b < 1)$ ويقطع محور الصادات عند 2

$$b = \frac{1}{3} \text{ ، } a = 2 : y = 2\left(\frac{1}{3}\right)^x$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(9) لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين من القائمة (1): يبيّن التمثيل البياني الأسي المقابل الانخفاض في قيمة سيارة خلال السنة الأولى. مقدار الانخفاض (بالآلاف) =



ⓐ -0.325

ⓑ 0.675

ⓒ 0.325

ⓓ -6.5

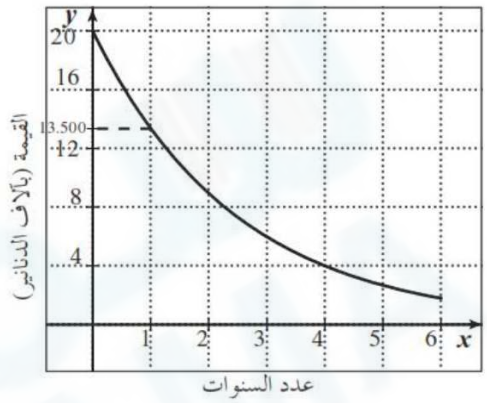
الحل:

القيمة الابتدائية 20 وبعد سنة 13.5

مقدار الانخفاض $= -6.5 = 20 - 13.5$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(10) لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين من القائمة (1): يبيّن التمثيل البياني الأسي المقابل الانخفاض في قيمة سيارة خلال السنة الأولى. نسبة الانخفاض =



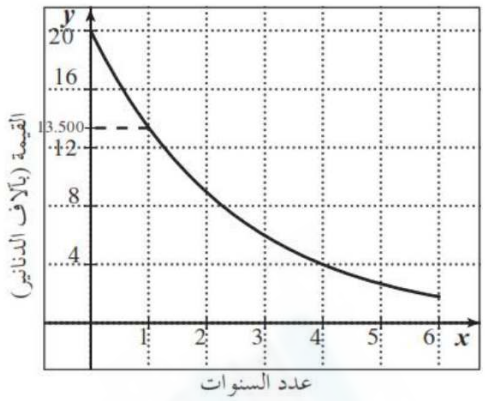
ⓐ -0.325 ✓
ⓑ 0.675
ⓒ 0.325
ⓓ -6.5

الحل:

$$r = \frac{-6.5}{20} = -0.325$$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(11) لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين من القائمة (1): يبيّن التمثيل البياني الأسي المقابل الانخفاض في قيمة سيارة خلال السنة الأولى. عامل الانخفاض =



ⓐ -0.325

ⓑ 0.675

ⓒ 0.325

ⓓ -6.5

الحل:

$$b = 1 + r = 1 - 0.325 = 0.675$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

البند (2-4) – الدوال الأسية وتمثيلها بيانيا

(1) جميع الدوال الأسية على الصورة: $y = ab^x \quad a \neq 0 \ , \ b > 0 \ , \ b \neq 1$ متقاطعة.

ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

الحل:

مثلاً $y = 2^x$ ، $y = 3(2)^x$ لا يتقاطعان

لأن $2^x = 3(2)^x \Rightarrow 1 = 3$ مستحيل

العبارة خاطئة

(2) بيان الدالة $y = -2^x$ هو انعكاس في محور السينات لبيان الدالة $y = 2^x$

ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

الحل:

$y \to -y$: انعكاس في محور السينات

العبارة صحيحة

(3) بيان الدالة $y = -(3)^{x}$ هو انعكاس في محور الصادات لبيان الدالة $y = -(3)^{-x}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

نضع $-x$ بدل x في $y = -(3)^{-x} : y = -(3)^{x}$

إذن انعكاس في محور الصادات

العبارة صحيحة

(4) بيان الدالة $y = 3(5)^{x-2}$ هو انسحاب لبيان الدالة $y = 3(5)^{x}$ بمقدار وحدتين جهة اليمين.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$x \to x - 2$: انسحاب وحدتين جهة اليمين

العبارة صحيحة

(5) بيان الدالة $y = 3(2)^{x}$ يقطع جزءًا من محور الصادات قدره 3

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

عند $x = 0 : y = 3(2)^{0} = 3$

العبارة صحيحة

(6) لتكن $y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} + 5$ فإن دالة المرجع لها يمكن أن تكون:

ⓐ $y = 3(2)^{x}$

ⓑ $y = 3(2)^{-x}$

ⓒ $y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$

ⓓ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x}$

الحل:

دالة المرجع: $y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$

$= 3(2)^{-x}$

الإجابة الصحيحة:

(b)

(7) باستخدام بيان الدالة $y = \frac{1}{3}(4)^x$ كدالة مرجع يمكن رسم بيان الدالة:

ⓐ $y = 3(4)^x$ ⓑ $y = 3(4)^{-x}$

ⓒ $y = \frac{1}{3}(2)^{2x} + 1$ ⓓ $y = \frac{1}{3}(2)^{3x}$

الحل:

$$y = \frac{1}{3}(2)^{2x} + 1 = \frac{1}{3}(4)^x + 1$$

انسحاب وحدة لأعلى

الإجابة الصحيحة:
(c)

(8) قيمة α التي تجعل بيان الدالة $y = 8\left(\frac{1}{2}\right)^{(\alpha+2)x} + 3$ خطًّا أفقيًّا هي:

ⓐ -3 ⓑ -2

ⓒ -8 ⓓ 0

الحل:

$$\alpha + 2 = 0 \Rightarrow \alpha = -2$$

خط أفقي $y = 8(1) + 3 = 11$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(9) بيان الدالة: $g(x) =$ هو انعكاس في محور الصادات لبيان الدالة: $f(x) = 3(5)^x - 1$

ⓐ $3(5)^x + 1$ ⓑ $3(5)^{-x} - 1$

ⓒ $-3(5)^x + 1$ ⓓ $3(5)^{-x} + 1$

الحل:

$$g(x) = f(-x) = 3(5)^{-x} - 1$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(10) يمكن رسم بيان الدالة $y = \frac{1}{2}(5)^{x+2} - 3$ باستخدام بيان الدالة $y = \frac{1}{2}(5)^x$ بانسحاب:

ⓐ وحدتين جهة اليسار و3 وحدات لأسفل
ⓑ وحدتين جهة اليمين و3 وحدات لأسفل
ⓒ 3 وحدات جهة اليمين ووحدتين لأعلى
ⓓ وحدتين جهة اليمين و3 وحدات لأعلى

الحل:

$x + 2$: وحدتين جهة اليسار

-3 : 3 وحدات لأسفل

الإجابة الصحيحة:
(a)

(11) معادلة الدالة الأسية التي على الصورة $y = a(b)^x$ حيث الأساس يساوي 0.6 ويمر رسمها البياني بالنقطة $(2\ ,\ 1.8)$ هي:

ⓐ $y = 1.8(2)^x$
ⓑ $y = 0.2(1.8)^x$
ⓒ $y = 2(0.6)^x$
ⓓ $y = 5(0.6)^x$

الحل:

$$1.8 = a(0.6)^2 = 0.36a$$

$$a = \frac{1.8}{0.36} = 5 \text{ ، } y = 5(0.6)^x$$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(12) أي من الدوال التالية تنمذج بيانات الجدول المقابل:

x	0	1	2	3
y	4	5.2	6.76	8.79

ⓐ $y = x^2 + \frac{1}{2}x + 4$
ⓑ $y = 4(1.3)^x$
ⓒ $y = 1.6(4)^x$
ⓓ $y = 4(0.6)^x + 2.8$

الحل:

$$a = 4 \, , \, \frac{5.2}{4} = \frac{6.76}{5.2} = 1.3$$
$$4(1.3)^3 \approx 8.79 \, , \, y = 4(1.3)^x$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

البند (3-4) – الدوال اللوغاريتمية وتمثيلها بيانيا

(1) إذا كانت $y = 3^x$ فإن $x = \log y$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$y = 3^x \Rightarrow x = \log_3 y$$

العبارة خاطئة

(2) إذا كانت $\log_2(-y) = x$ فإن $y = 2^{-x}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$-y = 2^x \Rightarrow y = -2^x$$

العبارة خاطئة

(3) إذا كانت $4^x = 5$ فإن $2x = \log_2 5$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$4^x = 2^{2x} = 5$$
$$2x = \log_2 5$$

العبارة صحيحة

(4) مجال الدالة $f(x)=\log(x^2)$ هو $\mathbb{R}$

ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

الحل:

شرط: $x^2>0 \Rightarrow x\neq 0$

المجال $=\mathbb{R}-\{0\}$

العبارة خاطئة

(5) بيان الدالة $y=\log_3 x$ هو انعكاس في المستقيم $y-x=0$ لبيان الدالة $y=3^x$

ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

الحل:

$y=\log_3 x$ معكوس $y=3^x$

والمعكوسان متناظران حول $y=x$

العبارة صحيحة

(6) معكوس الدالة $y=\log_2 x$ هو:

ⓐ $y=\log_x 2$

ⓑ $y=x^2$

ⓒ $y=2^x$

ⓓ $y=\log 2^x$

الحل:

$x=\log_2 y \Rightarrow y=2^x$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(7) مجال الدالة $y = \log|x-1|$ هو:

ⓐ $\mathbb{R}$ ⓑ $\mathbb{R}^+$

ⓒ $(1,\infty)$ ⓓ $\mathbb{R}-\{1\}$

الحل:

شرط: $|x-1|>0 \Rightarrow x\neq 1$

المجال $=\mathbb{R}-\{1\}$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(8) مجال الدالة $y=\log(x^2+1)$ هو:

ⓐ $\mathbb{R}$ ⓑ $\mathbb{R}^+$

ⓒ $[1,\infty)$ ⓓ $(1,\infty)$

الحل:

$x^2+1>0$ لكل $x\in\mathbb{R}$

المجال $=\mathbb{R}$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(9) باستخدام دالة المرجع $y=\log_5 x$ يمكن تمثيل الدالة:

ⓐ $y=\log(x-1)-1$ ⓑ $y=\log_5(5x)$

ⓒ $y=\log_5(x-1)-1$ ⓓ $y=\log_5(x^2+1)$

الحل:

$y=\log_5(x-1)-1$: انسحاب وحدة لليمين ووحدة لأسفل

الإجابة الصحيحة:
(c)

(10) يمكن رسم بيان الدالة $y = \log(x+1) - 2$ معتبرًا دالة المرجع $y = \log x$ بانسحاب:

(a) وحدة إلى اليسار ووحدتين لأسفل
(b) وحدة إلى اليمين ووحدتين لأسفل
(c) وحدتين إلى اليمين ووحدة لأعلى
(d) وحدتين إلى اليسار ووحدة لأعلى

الحل:

$x + 1$: وحدة إلى اليسار

-2 : وحدتين لأسفل

الإجابة الصحيحة:
(a)

(12) اختر لكل سؤال من القائمة (1) ما يناسبه من القائمة (2): معكوس الدالة: $y = -\log_{\frac{1}{4}} x$ هو

(a) $y = 4^x$
(b) $y = \left(\frac{-1}{4}\right)^{-x}$
(c) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x}$
(d) $y = (-4)^{-x}$

الحل:

$$y = -\log_{\frac{1}{4}} x = \log_4 x$$

المعكوس: $y = 4^x$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(13) اختر لكل سؤال من القائمة (1) ما يناسبه من القائمة (2): معكوس الدالة: $y = -\log_4 x$ هو

(a) $y = 4^x$
(b) $y = \left(\frac{-1}{4}\right)^{-x}$
(c) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x}$
(d) $y = (-4)^{-x}$

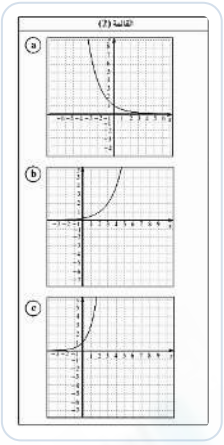
الحل:

$$y = -\log_4 x = \log_{\frac{1}{4}} x$$

المعكوس: $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x}$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(14) بيان معكوس كل دالة مما يلي هو: $y = \log_3(x)$



الشكل (a)
(a)

الشكل (b)
(b)

الشكل (c)
(c)

الحل:

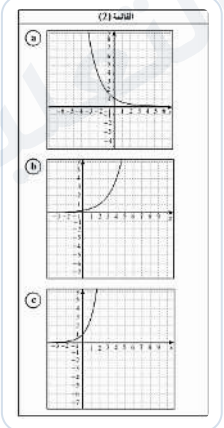
معكوس $y = \log_3 x$ هو $y = 3^x$

يمر بالنقطتين $(0, 1)$ ، $(1, 3)$ وهو الشكل

(c)

الإجابة الصحيحة:
(c)

(15) بيان معكوس كل دالة مما يلي هو: $y = \log_2(4x)$



الشكل (a)
(a)

الشكل (b)
(b)

الشكل

ⓒ

(c)

الحل:

$y = 2^{x-2}$ إذن المعكوس $4x = 2^y \Rightarrow x = 2^{y-2}$

يمر بالنقطتين $(0, \frac{1}{4})$ ، $(2, 1)$ وهو الشكل

(b)

الإجابة الصحيحة:

(b)

البند (4-4) – خواص اللوغاريتمات

(1) $\log(x-1)^2 = 2\log|x-1|$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$a \neq 0$ ، $\log a^2 = 2\log|a|$

العبارة صحيحة

(2) $\log \frac{1}{x^2} = -2\log x \ , \ x > 0$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\log \frac{1}{x^2} = \log x^{-2} = -2\log x$$

العبارة صحيحة

(3) $\log\left(\frac{\sqrt{m}}{n}\right) = \frac{1}{2}\log m - \log n \ , \ m > 0 \ , \ n > 0$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\log \frac{\sqrt{m}}{n} = \log m^{\frac{1}{2}} - \log n = \frac{1}{2}\log m - \log n$$

العبارة صحيحة

(4) $\log_2 16 - \log_2 2 = \log_2 8$

ⓐ صحيحة ✓ ⓑ خاطئة

الحل:

$$\log_2 16 - \log_2 2 = \log_2 \frac{16}{2} = \log_2 8$$

العبارة صحيحة

(5) $\log(x-y) = \frac{\log x}{\log y}\ ,\ x,\ y \in \mathbb{R}^+/\{1\}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة ✓

الحل:

لا توجد خاصية للوغاريتم الفرق

$$\frac{\log x}{\log y} = \log_y x$$

العبارة خاطئة

(6) $\log_6 4 + \log_6 9 = 2$

ⓐ صحيحة ✓ ⓑ خاطئة

الحل:

$$\log_6 4 + \log_6 9 = \log_6 36 = \log_6 6^2 = 2$$

العبارة صحيحة

(7) المقدار $2\log_4 8 + \log_5 125$ يساوي:

ⓐ 4 ⓑ 5

ⓒ 6 ✓ ⓓ 15

الحل:

$$\log_5 125 = 3\ ,\ 2\log_4 8 = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

$$3 + 3 = 6$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(8) إذا كان $\log 5 = y$, $\log 3 = x$ فإن $\log 45$ تساوي:

(a) $x + y$

(b) $2x + y$

(c) $2y + x$

(d) $x^2 y$

الحل:

$$\log 45 = \log(3^2 \times 5) = 2\log 3 + \log 5 = 2x + y$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(9) $x > 0$, $\log_2 x + \log_2 2x + \log_2 \frac{1}{x^2}$ يساوي:

(a) 1

(b) 2

(c) x

(d) $2x$

الحل:

$$= \log_2 \left(x \cdot 2x \cdot \frac{1}{x^2} \right) = \log_2 2 = 1$$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(10) إذا كان $\log 3 = n$, $\log 2 = m$ فإن المقدار $m + n - 1$ يساوي:

(a) $\log 0.06$

(b) $\log 0.6$

(c) $\log 6$

(d) $\log 60$

الحل:

$$m + n - 1 = \log 2 + \log 3 - \log 10 = \log \frac{6}{10} = \log 0.6$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(11) عندما $m = 3$, $n = 2$ فإن المقدار الأكبر قيمة فيما يلي هو:

ⓐ $\log n^2 - \log m^3$

ⓑ $\log m^2 - \log n^2$

ⓒ $3\log n - 2\log m$

ⓓ $2\log m - 3\log n$

الحل:

$$\log m^2 - \log n^2 = \log \frac{9}{4} \approx 0.35 \text{ (الوحيد الأكبر)}$$

$$2\log m - 3\log n = \log \frac{9}{8} \approx 0.05 \text{ ، والمقداران}$$

(a) ،

(c) سالبان

الإجابة الصحيحة:
(b)

(13) إذا كان مستوى شدة صوت صفارة إنذار (L) تساوي $140\ dB$ والتي تقاس بالعلاقة: $L = 10\log \frac{I}{10^{-12}}$ فإن شدة صوتها I تساوي:

ⓐ 1

ⓑ 1000

ⓒ 10

ⓓ 100

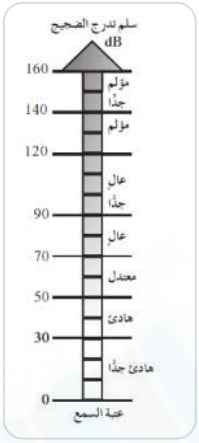
الحل:

$$140 = 10\log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \log \frac{I}{10^{-12}} = 14$$

$$I = 10^{14} \times 10^{-12} = 10^2 = 100$$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(14) استخدم العلاقة: $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$ والشكل المقابل. إذا كانت شدة صوت ما (I) هي: 10^{-5} فإن قوته تكون:



ⓐ هادئة
ⓑ مؤلمة
ⓒ عالية
ⓓ عالية جداً

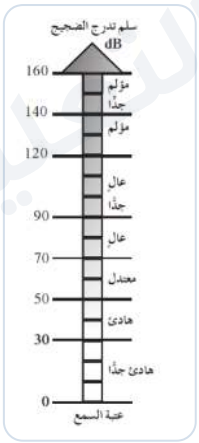
الحل:

$$L = 10 \log \frac{10^{-5}}{10^{-12}} = 10 \log 10^{7} = 70\ dB$$

من السلم: 70 إلى 90 عالٍ

الإجابة الصحيحة:
(c)

(15) استخدم العلاقة: $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$ والشكل المقابل. إذا كانت شدة صوت ما (I) هي: 1.65×10^{-2} فإن قوته تكون:



ⓐ هادئة
ⓑ مؤلمة
ⓒ عالية
ⓓ عالية جداً

الحل:

$$L = 10\log\frac{1.65\times10^{-2}}{10^{-12}} = 10\log(1.65\times10^{10}) \approx 102\ dB$$

من السلم: بين 90 و 120 عالٍ جداً

الإجابة الصحيحة:
(d)

البند (5-4) – المعادلات الأسية واللوغاريتمية

(1) حل المعادلة $9^x = 3$ هو $x = \frac{1}{2}$

ⓐ صحيحة
ⓑ خاطئة

الحل:

$$3^{2x} = 3^1 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

العبارة صحيحة

(2) حل المعادلة $2\log x = -1$ هو $x = 10^{-0.5}$

ⓐ صحيحة
ⓑ خاطئة

الحل:

$$\log x = -0.5 \Rightarrow x = 10^{-0.5}$$

العبارة صحيحة

(3) إذا كان $\log(x+6) = 0$ فإن $x = -5$

ⓐ صحيحة
ⓑ خاطئة

الحل:

$$x + 6 = 10^0 = 1 \Rightarrow x = -5$$

العبارة صحيحة

(4) حل المعادلة $14^{9x} = 146$ هو $x = \dfrac{\log 146}{\log 14}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$9x \log 14 = \log 146 \Rightarrow x = \frac{\log 146}{9 \log 14}$$

العبارة خاطئة

(5) حل المعادلة $3 \log x - \log 6 + \log 2.4 = 9$ هو $x = 5 \times 10^4$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\log \frac{2.4x^3}{6} = 9 \Rightarrow 0.4x^3 = 10^9$$
$$x^3 = 2.5 \times 10^9 \Rightarrow x \approx 1357$$

العبارة خاطئة

(6) إذا كان $(1.5)^x = 356$ فإنّ:

ⓐ $x \approx 15$ ⓑ $x \approx 14.5$

ⓒ $x \approx 15.3$ ⓓ $x \approx 16.3$

الحل:

$$x = \frac{\log 356}{\log 1.5} \approx 14.5$$

الإجابة الصحيحة: (b)

(7) حل المعادلة $10^x + 8 = 1008$ هو:

ⓐ $x = 6$ ⓑ $x \approx 3.5$

ⓒ $x = 3$ ⓓ $x = 2$

الحل:

$$10^x = 1000 = 10^3 \Rightarrow x = 3$$

الإجابة الصحيحة: (c)

(8) إذا كان $2^{x^2} = 512$ فإنّ:

ⓐ $x = 3$ ⓑ $x = 9$

ⓒ $x = 3\ ,\ x = -3$ ⓓ $x = -9$

الحل:

$$2^{x^2} = 2^9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(9) إذا كان $2\log x = -2$ فإنّ:

ⓐ $x = 10^{-1}$ ⓑ $x = 10^{0.5}$

ⓒ $x = 10^{-2}$ ⓓ $x = 10^{-0.5}$

الحل:

$$\log x = -1 \Rightarrow x = 10^{-1}$$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(10) مجموعة حل المعادلة: $\log(x^2 + 2) = \log(5x - 4)$ هي:

ⓐ $\{2\}$ ⓑ $\{3\}$

ⓒ $\{2, 3\}$ ⓓ $\{-2, -3\}$

الحل:

$$x^2 + 2 = 5x - 4 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = 2\ ,\ x = 3$$

شرط الحل $5x - 4 > 0$ يتحقق للقيمتين

الإجابة الصحيحة:
(c)

(11) مجموعة حل المعادلة: $\log_2(x^2 - x) = 1$ هي:

(a) $\{-1\}$
(b) $\{1, 2\}$
(c) $\{-1, 2\}$
(d) $\{-1, -2\}$

الحل:

$$x^2 - x = 2 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0$$

$x = 2$ أو $x = -1$ وكلاهما يحقق $x^2 - x = 2 > 0$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(12) حل المعادلة $\log(x + 21) + \log x = 2$ هو:

(a) 4
(b) $-25\ ,\ 4$
(c) 25
(d) $4\ ,\ 25$

الحل:

$$x(x + 21) = 100 \Rightarrow (x + 25)(x - 4) = 0$$

$x = -25$ مرفوض لأن $x > 0$ ، إذن $x = 4$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(13) يكون $x = 3$ حلاً للمعادلة:

(a) $\log_3(6 - x^2) = 1$
(b) $\log_x 9 = \frac{2}{3}$
(c) $\log_3(x^2 + 1) = 2$
(d) $\log_3 x^3 + \log_3 x = 4$

الحل:

$$\log_3 3^3 + \log_3 3 = 3 + 1 = 4$$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(14) حل المعادلة $\log_x 81 - \log_x 9 = 2$ هو:

ⓐ -3 ⓑ $\frac{1}{3}$

ⓒ 3 ✓ ⓓ 9

الحل:

$$\log_x \frac{81}{9} = \log_x 9 = 2 \Rightarrow x^2 = 9$$

$x = 3$ لأن الأساس موجب

الإجابة الصحيحة:
(c)

البند (4-6) – اللوغاريتم الطبيعي

(1) $\log_4(\ln e^4) = 1$

ⓐ صحيحة ✓ ⓑ خاطئة

الحل:

$$\ln e^4 = 4 \Rightarrow \log_4 4 = 1$$

العبارة صحيحة

(2) $4\ln 8 + \ln 10 = 4\ln 80$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة ✓

الحل:

$$4\ln 8 + \ln 10 = \ln(8^4 \times 10)$$

$$4\ln 80 = \ln 80^4 = \ln(8^4 \times 10^4)$$

العبارة خاطئة

(3) $\ln e^2 = 2$

ⓐ صحيحة ✓ ⓑ خاطئة

الحل:

$$\ln e^2 = 2\ln e = 2$$

العبارة صحيحة

(4) حل المعادلة: $\ln x = -2$ هو e^2

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\ln x = -2 \Rightarrow x = e^{-2}$$

العبارة خاطئة

(5) حل المعادلة: $e^{\frac{x}{5}} + 4 = 7$ هو $5 \ln 3$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$e^{\frac{x}{5}} = 3 \Rightarrow \frac{x}{5} = \ln 3 \Rightarrow x = 5 \ln 3$$

العبارة صحيحة

(6) $3 \ln 4 - 5 \ln 2$ على شكل لوغاريتم واحد تكتب:

ⓐ $\ln(-18)$ ⓑ $\ln\left(\frac{6}{5}\right)$

ⓒ $\ln 2$ ⓓ $\ln 32$

الحل:

$$3 \ln 4 - 5 \ln 2 = \ln \frac{4^3}{2^5} = \ln \frac{64}{32} = \ln 2$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(7) $e^{\ln 10}$ تساوي:

ⓐ 10 ⓑ e^{10}

ⓒ 0 ⓓ $\frac{1}{10}$

الحل:

$$e^{\ln a} = a \Rightarrow e^{\ln 10} = 10$$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(8) حل المعادلة $\ln(2m+3)=8$ هو:

(a) e^8-3
(b) $\frac{e^8}{2}-3$
(c) $\frac{e^8-3}{2}$
(d) e^4-3

الحل:

$$2m+3=e^8 \Rightarrow m=\frac{e^8-3}{2}$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(9) حل المعادلة $\ln 4r^2=3$ هو:

(a) $\frac{e^{\frac{3}{2}}}{2}$
(b) $\frac{e^{\frac{3}{2}}}{2}\ ,\ \frac{-e^{\frac{3}{2}}}{2}$
(c) $\frac{e^{-\frac{3}{2}}}{2}$
(d) $e^{\frac{3}{2}}\ ,\ -e^{\frac{3}{2}}$

الحل:

$$4r^2=e^3 \Rightarrow r^2=\frac{e^3}{4}$$
$$r=\pm\frac{e^{\frac{3}{2}}}{2}$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(10) حل المعادلة $e^{2x}=10$ هو:

(a) $x=\frac{\ln 10}{2}$
(b) $\ln 5$
(c) $\frac{5}{e}$
(d) $2\ln 10$

الحل:

$$2x=\ln 10 \Rightarrow x=\frac{\ln 10}{2}$$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(11) $\{e^2\}$ هي مجموعة حل المعادلة:

ⓐ $\ln x = 2$ ✓

ⓑ $\ln x^2 = 2$

ⓒ $\ln x^2 = 4$

ⓓ $\ln x = 4$

الحل:

$$\ln x = 2 \Rightarrow x = e^2$$

المعادلتان $\ln x^2 = 2$ ، $\ln x^2 = 4$ لكل منهما حلان

الإجابة الصحيحة:
(a)

(12) حل المعادلة $e^{x+1} = 13$ هو:

ⓐ $x = \ln 13 + 1$

ⓑ $x = \ln 13 - 1$ ✓

ⓒ $x = \ln 13$

ⓓ $x = \ln 12$

الحل:

$$x + 1 = \ln 13 \Rightarrow x = \ln 13 - 1$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(13) حل المعادلة $\ln(x-2)^2 = 6$ هو:

ⓐ $2 + e^3$

ⓑ $2 - e^3$

ⓒ $2 \pm e^3$ ✓

ⓓ $2 \pm e^6$

الحل:

$$(x-2)^2 = e^6 \Rightarrow |x-2| = e^3$$

$$x = 2 \pm e^3$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(14) حل المعادلة $e^{\frac{x}{2}+1}+3=8$ هو:

ⓐ $x=2\ln 5-1$

ⓑ $x=2\ln 5-2$

ⓒ $x=2\ln 4$

ⓓ $x=\frac{1}{2}(\ln 5-1)$

الحل:

$$e^{\frac{x}{2}+1}=5 \Rightarrow \frac{x}{2}+1=\ln 5$$
$$x=2\ln 5-2$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

البند (1-5) – المتجه في المستوى

(1) لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط التالية: $A(2,1), B(-3,0), C(3,-4), D(x,y)$ الزوج المرتب الذي يمثل متجه الموضع لـ $\overrightarrow{BA}$ هو $(-5,-1)$

ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

الحل:

$$\overrightarrow{BA}=(2-(-3)\ ,\ 1-0)=(5,1)$$

العبارة خاطئة

(2) لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط التالية: $A(2,1), B(-3,0), C(3,-4), D(x,y)$ مركبات $\overrightarrow{BC}$ هي $<6,4>$

ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

الحل:

$$\overrightarrow{BC}=<3-(-3)\ ,\ -4-0>=<6,-4>$$

العبارة خاطئة

(3) لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط التالية: $A(2,1), B(-3,0), C(3,-4), D(x,y)$ المثلث ABC هو متطابق الضلعين.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$AC = \sqrt{1+25} = \sqrt{26} \text{ ، } AB = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

$$AB = AC$$

العبارة صحيحة

(4) لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط التالية: $A(2,1), B(-3,0), C(3,-4), D(x,y)$ إذا كان $< \overrightarrow{AB} >=< \overrightarrow{CD} >$ فإن: $x = -2 \ , \ y = -5$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$< \overrightarrow{CD} >=< x-3 \ , \ y+4 > \text{ ، } < \overrightarrow{AB} >=< -5, -1 >$$

$$y+4 = -1 \Rightarrow y = -5 \text{ ، } x-3 = -5 \Rightarrow x = -2$$

العبارة صحيحة

(5) في المستوى الإحداثي إذا كان $\vec{u} =< -2, 2 >$ فإن قياس الزاوية التي يصنعها $\vec{u}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات يساوي:

ⓐ 45° ⓑ -45°

ⓒ 135° ⓓ 225°

الحل:

$$\tan\theta = \frac{2}{-2} = -1 \text{ والمتجه في الربع الثاني}$$

$$\theta = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(6) لنأخذ في المستوى الإحداثي $< \frac{12}{13} \ , \ y >= \vec{u}$. إذا كان $\vec{u}$ متجه وحدة فإن y يساوي:

ⓐ $\frac{1}{13}$ ⓑ $\frac{\sqrt{13}}{13}$

ⓒ $\frac{5}{13}$ ⓓ $\pm\frac{5}{13}$

الحل:

$$\left(\frac{12}{13}\right)^2 + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = \frac{25}{169}$$

$$y = \pm\frac{5}{13}$$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(7) لتكن في المستوى الإحداثي النقاط: $A(1,3), B(3,2), C(0,-1), D(-4,1)$ فيكون:

ⓐ $< \overrightarrow{AB} >=< \overrightarrow{CD} >$ ⓑ $< \overrightarrow{AB} >= - < \overrightarrow{CD} >$

ⓒ $< \overrightarrow{CD} >= -2 < \overrightarrow{AB} >$ ⓓ $< \overrightarrow{AB} >= -2 < \overrightarrow{CD} >$

الحل:

$$< \overrightarrow{CD} >=< -4, 2 > \ . \ < \overrightarrow{AB} >=< 2, -1 >$$

$$< \overrightarrow{CD} >= -2 < \overrightarrow{AB} >$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(8) لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط: $E(2,4), F(-1,-5), G(x,y)$ إذا كان: $< \overrightarrow{EF} >=< \overrightarrow{EG} >$ فإن (x,y) يساوي:

ⓐ $(-1,-5)$ ⓑ $(-5,-13)$

ⓒ $(5,13)$ ⓓ $(1,5)$

الحل:

$$< \overrightarrow{EG} >=< x-2 \ , \ y-4 > \ . \ < \overrightarrow{EF} >=< -3, -9 >$$

$$x = -1 \ , \ y = -5$$

الإجابة الصحيحة:
(a)

البند (2-5) – جمع المتجهات وطرحها

(1) إذا كان $< \overrightarrow{AC} >=< \overrightarrow{AB} > + < \overrightarrow{BC} >$ فإن: $AB + BC = AC$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

الجمع للمتجهات وليس للأطوال

$\overline{AC}$ على القطعة B فقط إذا كانت $AB + BC = AC$

العبارة خاطئة

(2) $< \overrightarrow{AC} > + < \overrightarrow{BA} > + < \overrightarrow{CB} >= \vec{0}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$=< \overrightarrow{BA} > + < \overrightarrow{AC} > + < \overrightarrow{CB} >=< \overrightarrow{BC} > + < \overrightarrow{CB} >= \vec{0}$$

العبارة صحيحة

(3) $ABCF$ متوازي أضلاع حيث: $< \overrightarrow{BA} =< -2, 3 >$ ، $< \overrightarrow{BF} =< 1, 4 >$ $\therefore < \overrightarrow{BC} >=< 3, 1 >$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

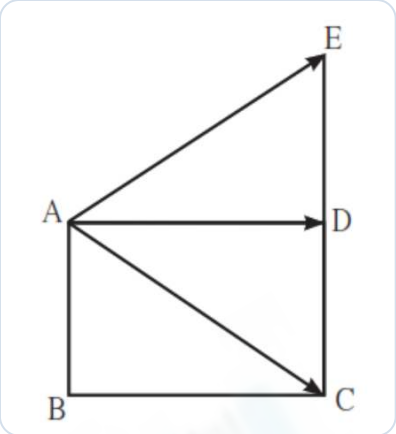
الحل:

$$< \overrightarrow{BC} >=< \overrightarrow{AF} >=< \overrightarrow{BF} > - < \overrightarrow{BA} >$$

$$=< 1 - (-2)\ ,\ 4 - 3 >=< 3, 1 >$$

العبارة صحيحة

(4) في المستطيل $ABCD$: $< \overrightarrow{AE} >=< \overrightarrow{BD} >$ إذاً $< \overrightarrow{AC} > + < \overrightarrow{AD} >=< \overrightarrow{AE} >$



ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

الحل:

$$< \overrightarrow{AE} >=< \overrightarrow{BD} >=< \overrightarrow{BA} > + < \overrightarrow{AD} >= - < \overrightarrow{AB} > + < \overrightarrow{AD} >$$

$$< \overrightarrow{AC} > + < \overrightarrow{AD} >=< \overrightarrow{AB} > +2 < \overrightarrow{AD} >$$ بينما

العبارة خاطئة

(5) في المثلث ABC: $< \overrightarrow{AB} > - < \overrightarrow{AC} > + < \overrightarrow{BC} > - < \overrightarrow{BA} >=< \overrightarrow{AB} >$

ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

الحل:

$$=< \overrightarrow{AB} > + < \overrightarrow{BC} > + < \overrightarrow{CA} > + < \overrightarrow{AB} >$$

$$= \vec{0} + < \overrightarrow{AB} >=< \overrightarrow{AB} >$$

العبارة صحيحة

(6) إذا كان $\vec{L} =< \overrightarrow{AC} > +2 < \overrightarrow{AB} > - < \overrightarrow{BC} >$ فإن:

ⓐ $\vec{L} = \frac{1}{2} < \overrightarrow{AB} >$ ⓑ $\vec{L} = -\frac{1}{2} < \overrightarrow{AB} >$

ⓒ $\vec{L} = 3 < \overrightarrow{AB} >$ ⓓ $\vec{L} = -3 < \overrightarrow{AB} >$

الحل:

$$< \overrightarrow{AC} > - < \overrightarrow{BC} >=< \overrightarrow{AC} > + < \overrightarrow{CB} >=< \overrightarrow{AB} >$$

$$\vec{L} =< \overrightarrow{AB} > +2 < \overrightarrow{AB} >= 3 < \overrightarrow{AB} >$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(7) إذا كان $< \overrightarrow{AM} >= 2(3\vec{i} - \vec{j}) + 3(-2\vec{i}) - 2\vec{j}$ ، فإن $< \overrightarrow{AM} >$ يساوي:

ⓐ $2\vec{i} - 3\vec{j}$ ⓑ $3\vec{i} - 2\vec{j}$

ⓒ $-4\vec{j}$ ⓓ $6\vec{i} - 6\vec{j}$

الحل:

$$= 6\vec{i} - 2\vec{j} - 6\vec{i} - 2\vec{j} = -4\vec{j}$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(8) $ABCD$ متوازي أضلاع حيث: $A(-2,1), B(0,-2), C(3,-1)$. إذاً إحداثيات D هي:

ⓐ $(2,2)$ ⓑ $(-1,2)$

ⓒ $(1,2)$ ⓓ $(1,-2)$

الحل:

$$< \overrightarrow{AD} >=< \overrightarrow{BC} >=< 3,1 >$$

$$D = (-2+3\ ,\ 1+1) = (1,2)$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(9) $\vec{U} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{V} = x\vec{i} - \vec{j}$ هما متجهان متوازيان. قيمة x هي:

(a) 2 (b) -2 (c) 8 (d) -8

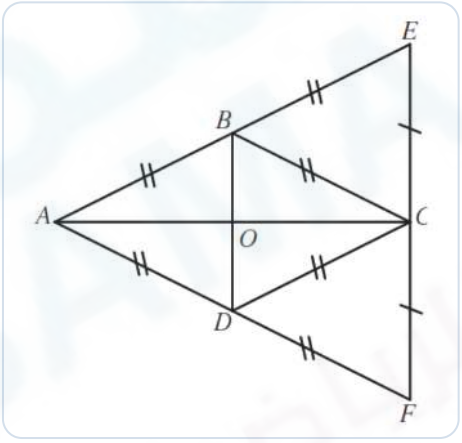
الحل:

$$\vec{U} \parallel \vec{V} \Leftrightarrow x_1y_2 - x_2y_1 = 0$$

$$4(-1) - x(-2) = 0 \Rightarrow x = 2$$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(10) من الشكل: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} =$



(a) $\overrightarrow{BD}$ (b) $\overrightarrow{AC}$ (c) $\vec{0}$ (d) $\overrightarrow{DB}$

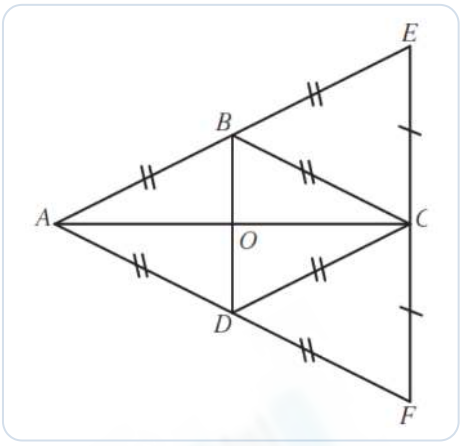
الحل:

$ABCD$ معين (متوازي أضلاع)

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ (قاعدة متوازي الأضلاع)

الإجابة الصحيحة:
(b)

(11) من الشكل: $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} =$



ⓐ $\overrightarrow{BD}$ ⓑ $\overrightarrow{AC}$

ⓒ $\vec{0}$ ✓ ⓓ $\overrightarrow{DB}$

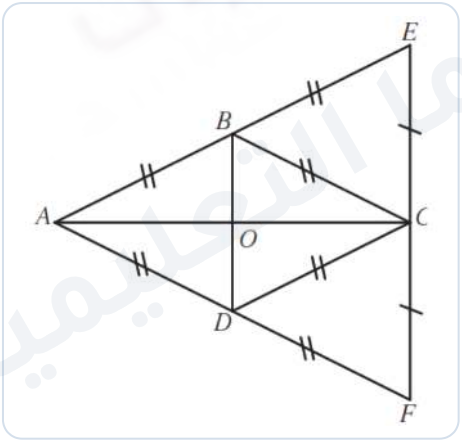
الحل:

C منتصف $\overline{EF}$ إذن $\overrightarrow{CF} = -\overrightarrow{CE}$

$$\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} = \vec{0}$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(12) من الشكل: $\overrightarrow{EA} =$



ⓐ $2\overrightarrow{BA}$ ✓ ⓑ $2\overrightarrow{BE}$

ⓒ $-\overrightarrow{CA}$ ⓓ $\overrightarrow{CA}$

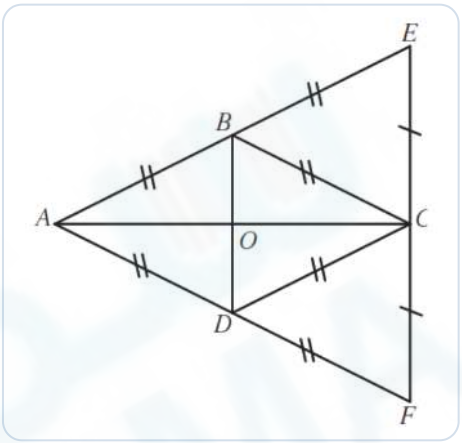
الحل:

B منتصف $\overline{AE}$ إذن $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{BA}$

$$\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{BA}$$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(13) من الشكل: $2\overrightarrow{OC} =$



ⓐ $2\overrightarrow{BA}$ ⓑ $2\overrightarrow{BE}$

ⓒ $-\overrightarrow{CA}$ ⓓ $\overrightarrow{CA}$

الحل:

O منتصف القطر $\overline{AC}$ إذن $2\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CA}$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

البند (3-5) – الضرب الداخلي

(1) إذا كان $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ ، فإن $\vec{u} \perp \vec{v}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

العبارة صحيحة

(2) إذا كان $\vec{u} =< -2, x >$, $\vec{v} =< 5, 1 >$ ، $\vec{u} \perp \vec{v}$ فإن $x = -10$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = -10 + x = 0 \Rightarrow x = 10$$

العبارة خاطئة

(3) إذا كان $\vec{v} \cdot \vec{w} = 3$, $\vec{u} \cdot \vec{w} = -5$ ، فإن $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot \vec{w} = -8$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$(\vec{u} - \vec{v}) \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot \vec{w} - \vec{v} \cdot \vec{w} = -5 - 3 = -8$$

العبارة صحيحة

(4) إذا كانت $A(-1, 2), B(2, 3), C(-4, 5)$ ، فإن $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -6$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\overrightarrow{AC} =< -3, 3 >, \overrightarrow{AB} =< 3, 1 >$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -9 + 3 = -6$$

العبارة صحيحة

(5) إذا كانت $L(-3, 4), M(0, 5)$ ، فإن $\|\overrightarrow{LM}\| = 10$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\overrightarrow{LM} =< 3, 1 >$$

$$\|\overrightarrow{LM}\| = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$$

العبارة خاطئة

(6) $\vec{A}$, $\vec{B}$ متجهان في المستوى حيث $\vec{A} =< 2, -3 >, \vec{B} =< 1, 0 >$ $\therefore \cos(\vec{A}, \vec{B}) = 2\dfrac{\sqrt{13}}{13}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$\cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{\|\vec{A}\|\,\|\vec{B}\|} = \frac{2}{\sqrt{13}\times 1} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$$

العبارة صحيحة

(7) إذا كان $\vec{u}\cdot\vec{v} = 3$ ، $\vec{u} =< 2, -2 >$, $\vec{v} =< -1, m >$ فإن m تساوي:

ⓐ $-\dfrac{5}{2}$ ⓑ $\dfrac{5}{2}$

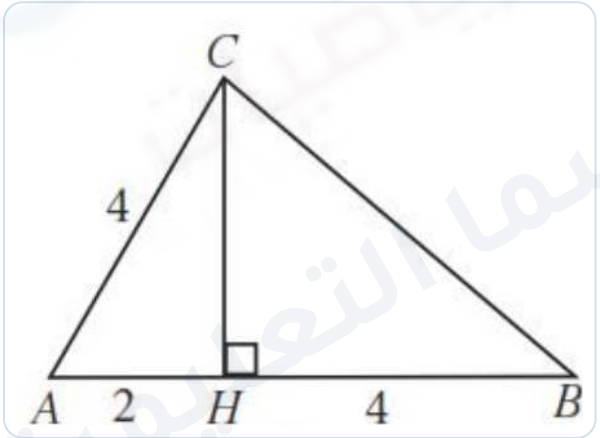
ⓒ $\dfrac{1}{2}$ ⓓ $-\dfrac{1}{2}$

الحل:

$$-2 - 2m = 3 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(8) في مثلث ABC ، H هو المسقط العمودي لـ C على $\overleftrightarrow{AB}$. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} =$



ⓐ -6 ⓑ 12

ⓒ -12 ⓓ 6

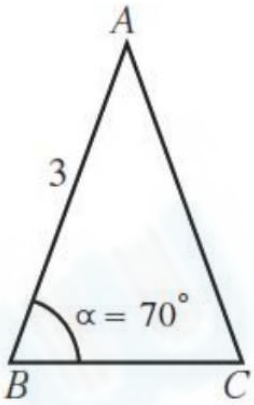
الحل:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = AB \times AH \quad \text{(المسقط في نفس الاتجاه)}$$

$$= 6 \times 2 = 12$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(9) في الشكل المقابل $AB = AC = 3\,cm$, $m(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = 70^\circ$ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ يساوي تقريباً:



(a) 2.3
(b) 6.89
(c) 3
(d) -2.3

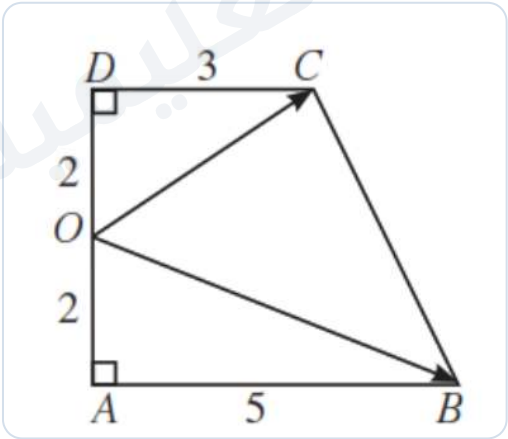
الحل:

المثلث متطابق الضلعين: $m(\hat{B}) = m(\hat{C}) = 70^\circ \Rightarrow m(\hat{A}) = 40^\circ$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3 \times 3 \cos 40^\circ \approx 6.89$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(10) $ABCD$ شبه منحرف قائم (انظر الشكل المقابل) حيث:
$AB = 5\,cm$, $AO = 2\,cm$, $OD = 2\,cm$, $CD = 3\,cm$ $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$ يساوي:



(a) 11
(b) -11

ⓒ 12 ⓓ -12

الحل:

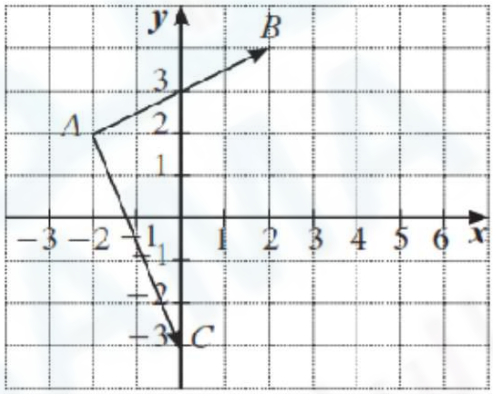
نضع $A(0,0)\ ,\ O(0,2)\ ,\ B(5,0)\ ,\ C(3,4)$

$$\overrightarrow{OB} =< 5,-2 >\ ,\ \overrightarrow{OC} =< 3,2 >$$

$$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC} = 15-4 = 11$$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(11) في الشكل المقابل: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} =$



ⓐ 2 ⓑ -2

ⓒ 18 ⓓ 0

الحل:

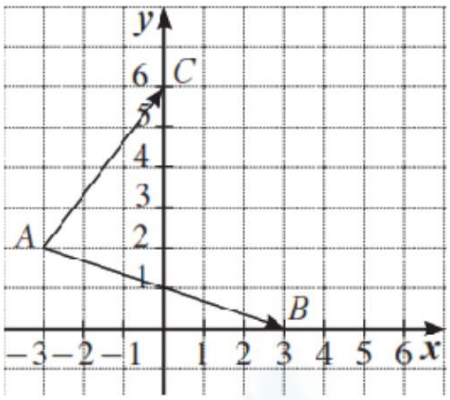
$$A(-2,2)\ ,\ B(2,4)\ ,\ C(0,-3)$$

$$\overrightarrow{AB} = (4,2)\ ,\ \overrightarrow{AC} = (2,-5)$$

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = (4)(2)+(2)(-5) = -2$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(12) في الشكل المقابل، $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) =$



ⓐ 0
ⓑ $\frac{3}{5}$
ⓒ $\frac{1}{2}$
ⓓ $\frac{1}{\sqrt{10}}$

الحل:

$$\overrightarrow{AB} = (6, -2)\,,\ \overrightarrow{AC} = (3, 4)\,,\ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 18 - 8 = 10$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{40}\,,\ \|\overrightarrow{AC}\| = 5$$

$$\cos\theta = \frac{10}{5\sqrt{40}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(13) إذا كان $\vec{u} \perp \vec{v}$ ، $\vec{u} = \langle -5, m \rangle$ ، $\vec{v} = \langle 2, 3 \rangle$ فإن m تساوي:

ⓐ $\frac{10}{3}$
ⓑ $-\frac{3}{10}$
ⓒ $\frac{-10}{3}$
ⓓ $\frac{15}{2}$

الحل:

$$\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

$$-10 + 3m = 0 \Rightarrow m = \frac{10}{3}$$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(14) إذا كان $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -2$ فإن $m(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$ لا يمكن أن يساوي:

(a) 60° (b) 28°

(c) 122° (d) 50°

الحل:

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 2 > 0$$

إذن الزاوية حادة ، ولا يمكن أن تساوي 122°

الإجابة الصحيحة:
(c)

البند (1-6) – المجتمع الإحصائي والمعاينة

(1) المواليد في العالم سنة 2010 عبارة عن مجتمع غير منته.

(a) صحيحة (b) خاطئة

الحل:

عدد المواليد في سنة محددة عدد محدود

إذن المجتمع منته

العبارة خاطئة

(2) وحدة الدراسة لعدد زوار مركز علمي في يوم واحد هي أي زائر.

(a) صحيحة (b) خاطئة

الحل:

مفردة المجتمع (وحدة الدراسة) هي الزائر

العبارة صحيحة

(3) يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة أنواع السمك الموجودة في أحد المحيطات.

(a) صحيحة (b) خاطئة

الحل:

مجتمع الأسماك في المحيط كبير جدًا (غير منته)

فلا يمكن الحصر الشامل ونستخدم المعاينة

العبارة خاطئة

(4) عدد الصفحات في كتاب ما هو بيانات كمية مستمرة.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

عدد الصفحات يُعد بالأعداد الصحيحة

إذن بيانات كمية متقطعة

العبارة خاطئة

(5) عند ترتيب الأشياء نستخدم بيانات كيفية مرتبة.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

الترتيب (الأول ، الثاني ، ...) بيانات كيفية مرتبة

العبارة صحيحة

(6) البيانات الكيفية تكون:

ⓐ اسمية أو مرتبة ⓑ مرتبة فقط

ⓒ متقطعة ⓓ اسمية فقط

الحل:

البيانات الكيفية نوعان: اسمية أو مرتبة

الإجابة الصحيحة:
(a)

(7) البيانات المستمرة هي بيانات:

ⓐ اسمية ⓑ مرتبة

ⓒ كمية ⓓ كيفية

الحل:

البيانات الكمية نوعان: متقطعة ومستمرة

إذن المستمرة بيانات كمية

الإجابة الصحيحة:
(c)

(8) عند إجراء تحاليل الدم نستخدم:

ⓐ الحصر الشامل

ⓑ المعاينة

ⓒ الحصر الشامل والمعاينة

ⓓ ليس أيًا مما سبق

الحل:

نأخذ عينة صغيرة من الدم تمثل المجتمع كله

إذن نستخدم المعاينة

الإجابة الصحيحة:
(b)

(9) البيانات الكمية تكون:

ⓐ اسمية أو مرتبة

ⓑ مرتبة فقط

ⓒ متقطعة أو مستمرة

ⓓ مستمرة فقط

الحل:

البيانات الكمية نوعان: متقطعة أو مستمرة

الإجابة الصحيحة:
(c)

(10) عدد المشاهدين في مباراة كرة قدم هو عبارة عن بيانات:

ⓐ كيفية اسمية

ⓑ كيفية مرتبة

ⓒ كمية متقطعة

ⓓ كمية مستمرة

الحل:

عدد المشاهدين قيمة عددية تُعد بالأعداد الصحيحة

إذن بيانات كمية متقطعة

الإجابة الصحيحة:
(c)

البند (2-6) – المجتمع الإحصائي والمعاينة

(1) للحصول على أفضل تمثيل للمجتمع نختار العينة بطريقة عشوائية.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

العينة العشوائية تُختار دون تحيز فتمثل المجتمع أفضل تمثيل

العبارة صحيحة

(2) لا يوجد فرق بين العينة العشوائية البسيطة والعينة العشوائية الطبقية.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

البسيطة تُسحب من مجتمع متجانس

الطبقية تُسحب من كل طبقة بنسبة حجمها

العبارة خاطئة

(3) $\text{حجم المجتمع} = \dfrac{\text{كسر المعاينة}}{\text{حجم العينة}}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

كسر المعاينة $=$ حجم العينة $\div$ حجم المجتمع

إذن حجم المجتمع $=$ حجم العينة $\div$ كسر المعاينة

العبارة خاطئة

(4) حجم المجتمع الإحصائي $=$ طول الفترة $\times$ حجم العينة

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

طول الفترة $k = \dfrac{n}{m}$ (حجم المجتمع $\div$ حجم العينة)

إذن $n = k \times m$

العبارة صحيحة

(5) إذا كان طول الفترة يساوي 70 ، والمفردة الأولى تساوي 43 ، فالمفردة الخامسة تساوي 322

ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

الحل:

$$\text{المفردة الخامسة} = 43 + 4 \times 70 = 323$$

$$323 \neq 322$$

العبارة خاطئة

(6) يتوافر في العينة العشوائية البسيطة:

ⓐ شرط التحيز

ⓑ الإتاحة لكل عنصر فيها الفرصة نفسها في الظهور

ⓒ شرط العشوائية والانتظام

ⓓ كل مما سبق.

الحل:

العينة العشوائية البسيطة تتيح لكل عنصر الفرصة نفسها في الظهور

الإجابة الصحيحة:
(b)

(7) يتوفر في العينة المنتظمة:

ⓐ شرط العشوائية والانتظام

ⓑ شرط الانتظام فقط

ⓒ شرط العشوائية فقط

ⓓ ليس أيًّا مما سبق

الحل:

المفردة الأولى تُختار عشوائيًا ثم بفترات منتظمة طولها k

الإجابة الصحيحة:
(a)

(8) عند استخدام العينة الطبقية يفضل أن:

ⓐ تكون عشوائية ومنتظمة

ⓑ تكون طبقات المجتمع متجانسة بداخلها مختلفة في ما بينها

ⓒ لا تتيح لكل عنصر فيها الفرصة نفسها في الظهور

ⓓ ليس أيًّا مما سبق

الحل:

نقسم المجتمع إلى طبقات كل منها متجانسة

والطبقات مختلفة فيما بينها

الإجابة الصحيحة:
(b)

(9) إذا كان حجم العينة يساوي 100 وحجم المجتمع الإحصائي يساوي 2 000 ، فكسر المعاينة يساوي:

ⓐ 0.3

ⓑ 0.5

ⓒ 0.05

ⓓ 0.02

الحل:

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{100}{2000} = 0.05$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(10) إذا كان طول الفترة يساوي 40 وحجم المجتمع الإحصائي يساوي 1000 ، فحجم العينة يساوي:

ⓐ 35

ⓑ 25

ⓒ 40

ⓓ 30

الحل:

$$\text{حجم العينة } m = \frac{n}{k} = \frac{1000}{40} = 25$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

البند (3-6) – أساليب عرض البيانات

(1) التكرار النسبي يساوي: قياس الزاوية المركزية لقطاع $\times 360^\circ$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

قياس الزاوية المركزية = التكرار النسبي $\times 360^\circ$

وليس العكس

العبارة خاطئة

(2) التكرار النسبي $= \dfrac{\text{مجموع التكرارات}}{\text{تكرار القيمة}}$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

التكرار النسبي = تكرار القيمة ÷ مجموع التكرارات

العبارة خاطئة

(3) مركز فئة $20-$ طولها 10 يساوي 30

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

الفئة $20 - 30$

مركزها $= \dfrac{20+30}{2} = 25 \neq 30$

العبارة خاطئة

(4) لا يمكن رسم المنحنى التكراري قبل المدرج التكراري.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

يمكن رسم المنحنى التكراري مباشرة بتعيين نقاط (مراكز الفئات ، التكرارات)

العبارة خاطئة

(5) يمكن تمثيل بيانات كمية مستمرة بالقطاعات الدائرية.

ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

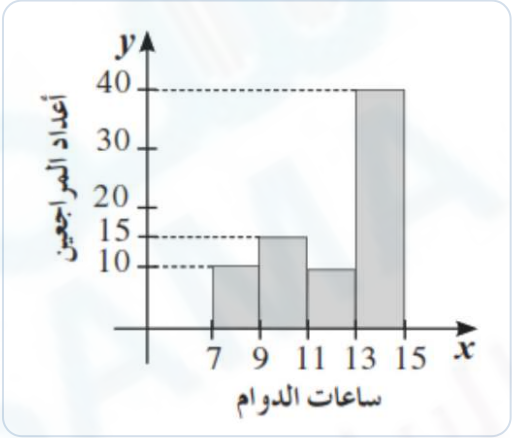
الحل:

القطاعات الدائرية تُستخدم للبيانات الكيفية أو الكمية المتقطعة

البيانات المستمرة تُمثل بالمدرج والمنحنى التكراري

العبارة خاطئة

(6) في التمرينين $(6-7)$ استخدم المدرج التكراري المقابل الذي يمثل أعداد المراجعين في إحدى الوزارات خلال ساعات الدوام اليومي في دولة ما. إجمالي عدد المراجعين هو:



ⓐ 80

ⓑ 65

ⓒ 70

ⓓ 75

الحل:

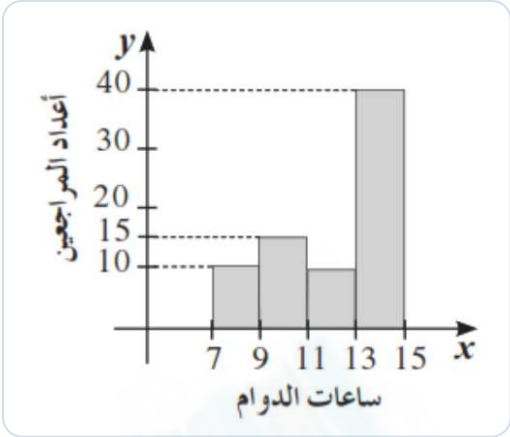
من المدرج: التكرارات $10\ ,\ 15\ ,\ 10\ ,\ 40$

المجموع $= 75 = 10 + 15 + 10 + 40$

الإجابة الصحيحة:

(d)

(7) في التمرينين $(7-6)$ استخدم المدرج التكراري المقابل الذي يمثل أعداد المراجعين في إحدى الوزارات خلال ساعات الدوام اليومي في دولة ما. طول الفترة يساوي:



ⓐ 4 ⓑ 3

ⓒ 2 ⓓ 1

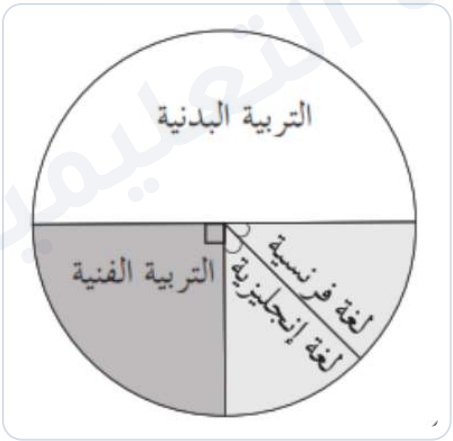
الحل:

الفئات $7-9\,,\ 9-11\,,\ 11-13\,,\ 13-15$

طول الفئة $= 9-7 = 2$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(8) في التمارين $(10-8)$ استخدم الشكل البياني المقابل الذي يمثل المواد الاختيارية المفضلة لدى طلّاب إحدى المدارس البالغ عددهم 200 طالب. كم يساوي قياس الزاوية المركزية لقطاع التربية البدنية؟



(a) 120° (b) 45°

(c) 180° (d) 90°

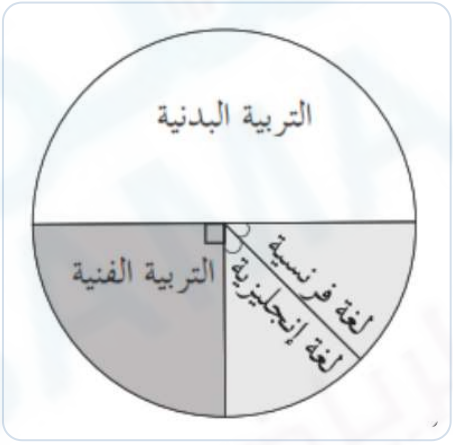
الحل:

قطاع التربية البدنية نصف دائرة

قياس زاويته $= 180^\circ$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(9) في التمارين $(8 - 10)$ استخدم الشكل البياني المقابل الذي يمثل المواد الاختيارية المفضلة لدى طلّاب إحدى المدارس البالغ عددهم 200 طالب. كم يبلغ عدد الطلّاب المسجّلين باللّغة الإنجليزية؟



(a) 30 (b) 25

(c) 35 (d) 40

الحل:

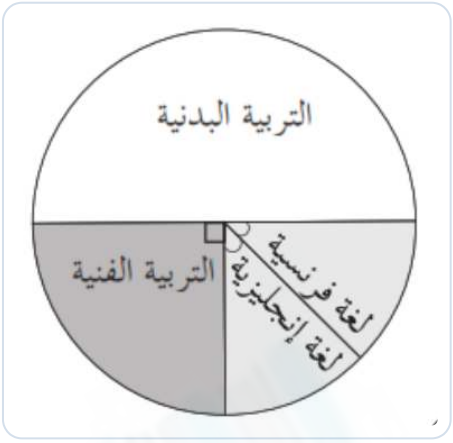
قطاع اللغتين ربع دائرة مقسوم إلى زاويتين متساويتين

زاوية اللغة الإنجليزية $= 45^\circ$

العدد $= \frac{45}{360} \times 200 = 25$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(10) في التمارين $(8 - 10)$ استخدم الشكل البياني المقابل الذي يمثل المواد الاختيارية المفضلة لدى طلّاب إحدى المدارس البالغ عددهم 200 طالب. كم يبلغ عدد الطلّاب المسجلين بالمواد اللغويّة؟



ⓐ 50 ⓑ 40
ⓒ 55 ⓓ 60

الحل:

زاوية المواد اللغوية $= 90^\circ$

العدد $= \frac{90}{360} \times 200 = 50$

الإجابة الصحيحة:
(a)

البند (4-6) – الانحراف المعياري

(1) إذا أضفنا العدد نفسه على جميع الأعداد في البيانات، نحصل على الانحراف المعياري نفسه.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

الإضافة تزيد المتوسط بالعدد نفسه ولا تغير الانحرافات $x - \bar{x}$

إذن σ لا يتغير

العبارة صحيحة

(2) إذا ضربنا الأعداد في البيانات بالعدد نفسه، لا يتغيّر الانحراف المعياري.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

عند الضرب في a يصبح الانحراف المعياري $|a|\,\sigma$

العبارة خاطئة

(3) الانحراف المعياري يكون دائمًا أصغر من المتوسّط الحسابي.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

مثال: البيانات $-5\,,\,5$: $\bar{x}=0\,,\,\sigma=5>0$

العبارة خاطئة

(4) الانحراف المعياري يكون دائمًا موجبًا.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$\sigma \geq 0$ ، ويساوي صفرًا عندما تكون البيانات متساوية

العبارة خاطئة

(5) إذا كان التباين يساوي 100 ، الانحراف المعياري يساوي:

ⓐ ± 10 ⓑ -10

ⓒ 10 ⓓ ليس أيًا مما سبق

الحل:

$\sigma=\sqrt{100}=10$ (لا يكون سالبًا)

الإجابة الصحيحة:
(c)

(6) الانحراف المعياري للبيانات التالية: $1 , 2 , 3 , 4 , 4 , 5 , 5 , 6$ يساوي:

ⓐ 0.78
ⓑ 1.56
ⓒ 2.78
ⓓ 3.78

الحل:

$$\bar{x} = \frac{30}{8} = 3.75$$

$$\sum (x - \bar{x})^2 = 19.5 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{19.5}{8} = 2.4375$$

$$\sigma = \sqrt{2.4375} \approx 1.56$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(7) الانحراف المعياري يساوي صفرًا إذا كانت البيانات:

ⓐ متساوية
ⓑ نصفها هو المعكوس الضربي للنصف الآخر
ⓒ نصفها هو المعكوس الجمعي للنصف الآخر
ⓓ لا يمكن أن يساوي الانحراف المعياري صفرًا.

الحل:

إذا كانت القيم متساوية فإن $x - \bar{x} = 0$ لكل قيمة

إذن $\sigma = 0$

الإجابة الصحيحة:
(a)

(8) الانحراف المعياري هو مقياس:

ⓐ تمركز القيم في البيانات
ⓑ تشتت القيم في البيانات
ⓒ انحراف القيم في البيانات
ⓓ ليس أيًا مما سبق

الحل:

الانحراف المعياري من مقاييس التشتت

الإجابة الصحيحة:
(b)

(9) يساوي انحراف معياري لبيانات معيّنة 4. بعد ضرب البيانات في العدد 3 ، يصبح الانحراف المعياري:

(a) 13 (b) 12

(c) 11 (d) 10

الحل:

الانحراف المعياري الجديد $= 12 = 4 \times 3$

الإجابة الصحيحة:
(b)

البند (5-6) – القاعدة التجريبية

(1) يمكن أن يكون شكل التوزيع الطبيعيّ جرسًا غير متماثل.

(a) صحيحة (b) خاطئة

الحل:

منحنى التوزيع الطبيعي جرسي متماثل دائمًا حول المتوسط

العبارة خاطئة

(2) في التوزيع الطبيعيّ المنوال والوسيط غير متساويين.

(a) صحيحة (b) خاطئة

الحل:

في التوزيع الطبيعي: المتوسط $=$ الوسيط $=$ المنوال

العبارة خاطئة

(3) في التوزيع الطبيعيّ الفترة $[\bar{x} - \sigma\ ,\ \bar{x} + \sigma]$ تحتوي على 95% من البيانات.

(a) صحيحة (b) خاطئة

الحل:

الفترة $[\bar{x} - \sigma\ ,\ \bar{x} + \sigma]$ تحتوي على 68% تقريبًا

و 95% في الفترة $[\bar{x} - 2\sigma\ ,\ \bar{x} + 2\sigma]$

العبارة خاطئة

(4) في التوزيع الطبيعيّ 99.7% من البيانات توجد في الفترة $[\bar{x} - 3\sigma\ ,\ \bar{x} + 3\sigma]$.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

حسب القاعدة التجريبية: $68\%\ ,\ 95\%\ ,\ 99.7\%$

العبارة صحيحة

(5) تستخدم القاعدة التجريبية لدراسة الجودة في مواقف إحصائية متعددة لعينات ذات قيم مفردة.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

هذا هو تعريف استخدام القاعدة التجريبية

العبارة صحيحة

(6) تزعم شركة أن متوسط عمر منتجها هو 50 شهرًا مع انحراف معياري 5 أشهر. النسبة المئوية للمنتجات التي يزيد عمرها عن 50 شهرًا هي:

ⓐ 50% ⓑ 55%

ⓒ 45% ⓓ 40%

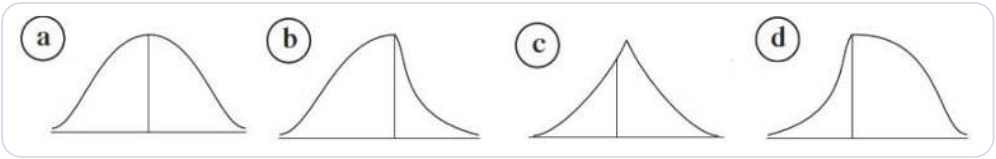
الحل:

المنحنى متماثل حول المتوسط 50

إذن النسبة $= \dfrac{100\%}{2} = 50\%$

الإجابة الصحيحة: (a)

(7) التمثيل الأفضل للتوزيع الطبيعيّ هو:



ⓐ الشكل (a)

ⓑ الشكل (b)

ⓒ الشكل (c)

ⓓ الشكل (d)

الحل:

منحنى جرسي أملس متماثل حول المستقيم الرأسي المار بالمتوسط

الإجابة الصحيحة: (a)

(8) الفترة $[\bar{x} - 2\sigma\ ,\ \bar{x} + 2\sigma]$ تحتوي على:

ⓐ 68% من البيانات

ⓑ 99.7% من البيانات

ⓒ 90% من البيانات

ⓓ 95% من البيانات

الحل:

حسب القاعدة التجريبية تحتوي الفترة على 95% من البيانات

الإجابة الصحيحة: (d)

البند (6-6) – القيمة المعيارية

(1) القيمة المعيارية $= \dfrac{\bar{x} - x}{\sigma}$

ⓐ صحيحة

ⓑ خاطئة

الحل:

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

العبارة خاطئة

(2) القيمة المعيارية تؤشر إلى تشتت قيمة عن بقية قيم البيانات.

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

القيمة المعيارية مؤشر يدل على انحراف (تشتت) قيمة مفردة عن المتوسط الحسابي لبقية البيانات

العبارة صحيحة

(3) في بيانات حيث المتوسط الحسابي $\bar{x} = 14$ والانحراف المعياري $\sigma = 4$ فإن القيمة المعيارية للمفردة $x = 16$ هي: $z = 0.5$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$z = \frac{16 - 14}{4} = 0.5$$

العبارة صحيحة

(4) في بيانات حيث المتوسط الحسابي $\bar{x} = 12$ والقيمة المعيارية للمفردة $x = 15$ هي: $z = 0.4$ ، فإن الانحراف المعياري: $\sigma = 7.5$

ⓐ صحيحة ⓑ خاطئة

الحل:

$$0.4 = \frac{15 - 12}{\sigma} \Rightarrow \sigma = \frac{3}{0.4} = 7.5$$

العبارة صحيحة

(5) القيمة المعيارية للمفردة 14 مقارنة بقيم بيانات حيث المتوسط الحسابي 12.5 والانحراف المعياري 6 هي:

ⓐ -0.25 ⓑ 0.25

ⓒ 2.5 ⓓ -2.5

الحل:

$$z = \frac{14 - 12.5}{6} = \frac{1.5}{6} = 0.25$$

الإجابة الصحيحة:
(b)

(6) القيمة المعيارية لمفردة من بيانات هي 0.625 والمتوسط الحسابي 12 والانحراف المعياري 8 فإن هذه المفردة تساوي:

(a) 7
(b) -7
(c) 17
(d) -17

الحل:

$$0.625 = \frac{x - 12}{8} \Rightarrow x - 12 = 5$$
$$x = 17$$

الإجابة الصحيحة:
(c)

(7) القيمة المعيارية للمفردة 14 من بيانات هي 0.6 والمتوسط الحسابي 11 فإن الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات هو:

(a) 0.2
(b) -0.2
(c) -5
(d) 5

الحل:

$$0.6 = \frac{14 - 11}{\sigma} \Rightarrow \sigma = \frac{3}{0.6} = 5$$

الإجابة الصحيحة:
(d)

(8) القيمة المعيارية للمفردة 18 من بيانات هي 0.75 والانحراف المعياري 8 فإن المتوسط الحسابي هو:

(a) 24
(b) 12
(c) -12
(d) -24

الحل:

$$0.75 = \frac{18 - \bar{x}}{8} \Rightarrow 18 - \bar{x} = 6$$
$$\bar{x} = 12$$

الإجابة الصحيحة:
(b)